

CIV 1127 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2009

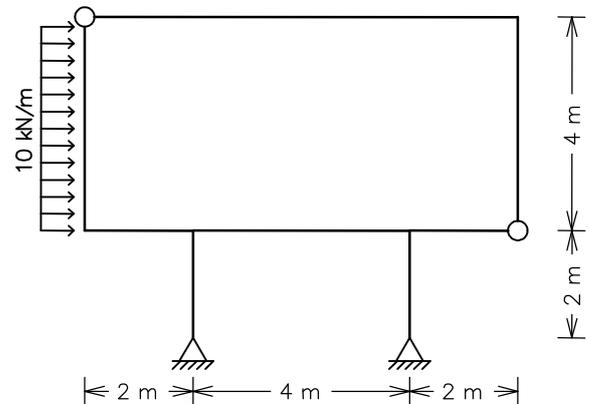
Primeira Prova - Data: 01/04/2009 - Duração: 2:45 hs - Sem Consulta

1ª Questão (6,0 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Somente considere deformações por flexão. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 10^5 \text{ kNm}^2$.

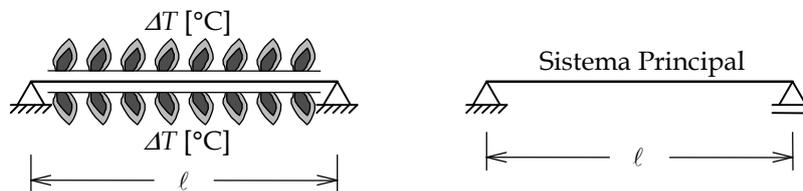
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$



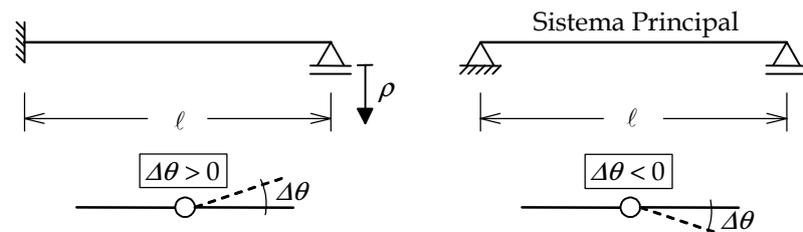
2ª Questão (1,5 pontos)

Utilizando o Método das Forças e adotando o Sistema Principal indicado, determine o esforço normal na viga abaixo, com comprimento ℓ [m], submetida a um aquecimento uniforme de temperatura ΔT [°C]. A viga tem uma seção transversal com área A [m²] e centro de gravidade no meio de altura. O material da viga tem módulo de elasticidade E [kN/m²] e coeficiente de dilatação térmica α [1/°C]. Sabe-se que a variação de comprimento dessa viga submetida ao aquecimento, sem restrições a deformações, é $\alpha \Delta T \ell$. Considere que os deslocamentos são pequenos, isto é, não considere efeitos de segunda ordem tais como flambagem.



3ª Questão (1,5 pontos)

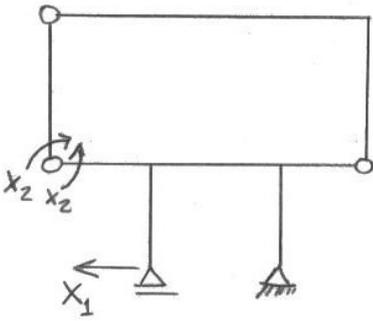
Determine o diagrama de momentos fletores para a viga abaixo, com comprimento ℓ [m], utilizando o Método das Forças e adotando o Sistema Principal indicado. A viga está submetida a um pequeno recalque ρ [m] vertical para baixo no apoio da direita. A viga tem uma seção transversal com momento de inércia I [m⁴] e tem um material com módulo de elasticidade E [kN/m²]. Considere que os deslocamentos são pequenos a tal ponto que ângulos em radianos podem ser aproximados por suas tangentes. Também está indicada a convenção de sinais para rotações relativas $\Delta\theta$ quando se impõe perdas de continuidade de rotação.



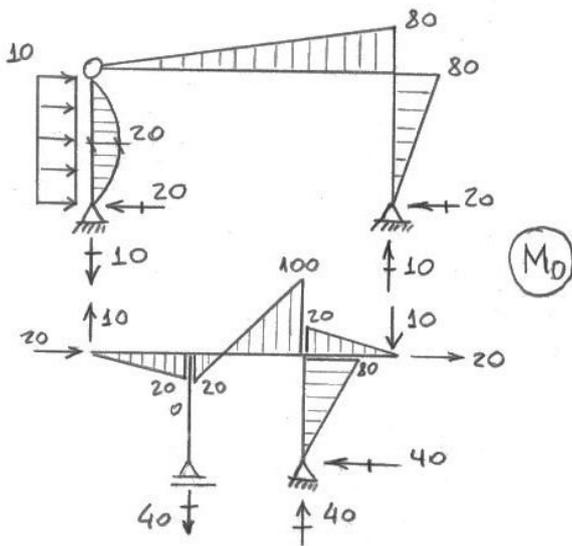
4ª Questão (1,0 ponto) - Grau vindo do primeiro trabalho (nota do trabalho x 0,1).

1ª Questão

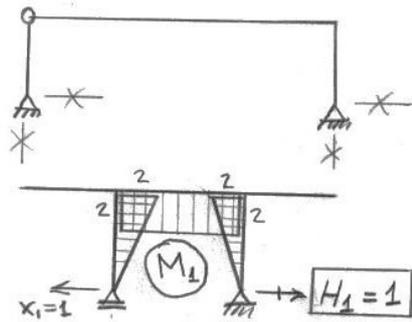
S.P. e Hiperestáticos ($g=2$)



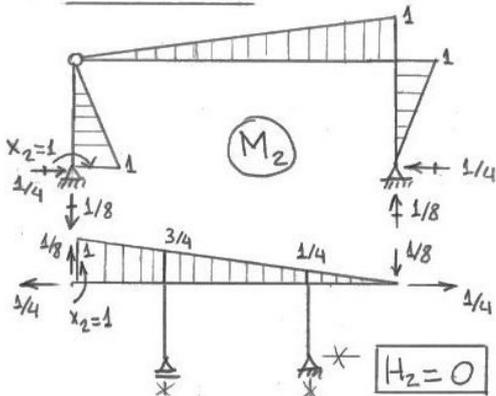
(0) Solicitação externa, $X_1=0, X_2=0$



(1) X_1 isolado



(2) X_2 isolado



Equações de Compatibilidade

$$\begin{cases} \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0 \\ \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0 \end{cases}$$

$$EI\delta_{10} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Triangular load } 100 \text{ over } 4 \text{ m} \\ \text{Rectangular load } 20 \text{ over } 4 \text{ m} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Triangular load } 80 \text{ over } 2 \text{ m} \\ \text{Triangular load } 2 \text{ over } 2 \text{ m} \end{array} \right\}$$

$$EI\delta_{10} = \frac{1}{2} \times 20 \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times 100 \times 2 \times 4 - \frac{1}{3} \times 80 \times 2 \times 2 = -\frac{1280}{3}$$

$$EI\delta_{20} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Triangular load } 80 \text{ over } 8 \text{ m} \\ \text{Triangular load } 1 \text{ over } 8 \text{ m} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Triangular load } 20 \text{ over } 4 \text{ m} \\ \text{Triangular load } 1 \text{ over } 4 \text{ m} \end{array} \right\} +$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Triangular load } 80 \text{ over } 4 \text{ m} \\ \text{Triangular load } 1 \text{ over } 4 \text{ m} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Triangular load } 20 \text{ over } 2 \text{ m} \\ \text{Rectangular load } 3/4 \text{ over } 2 \text{ m} \end{array} \right\} +$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Triangular load } 100 \text{ over } 4 \text{ m} \\ \text{Rectangular load } 20 \text{ over } 4 \text{ m} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Triangular load } 20 \text{ over } 2 \text{ m} \\ \text{Triangular load } 1/4 \text{ over } 2 \text{ m} \end{array} \right\}$$

$$EI\delta_{20} = \frac{1}{3} \times 80 \times 1 \times 8 + \frac{1}{3} \times 20 \times 1 \times 4 + \frac{1}{2} \times 80 \times 1 \times 4 - \frac{1}{6} \times 20 \times 1 \times 2 - \frac{1}{3} \times 20 \times \frac{3}{4} \times 2 - \frac{1}{3} \times 20 \times \frac{3}{4} \times 4$$

$$- \frac{1}{6} \times 20 \times \frac{1}{4} \times 4 + \frac{1}{6} \times 100 \times \frac{3}{4} \times 4 + \frac{1}{3} \times 100 \times \frac{1}{4} \times 4 + \frac{1}{3} \times 20 \times \frac{1}{4} \times 2$$

$$EI\delta_{20} = \frac{1180}{3}$$

$$EI\delta_{11} = 2 \times \frac{1}{3} \times 2 \times 2 \times 2 + 2 \times 2 \times 4 = \frac{64}{3}$$

$$EI\delta_{12} = EI\delta_{21} = -\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times 2 \times 4 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} \times 2 \times 4 = -4$$

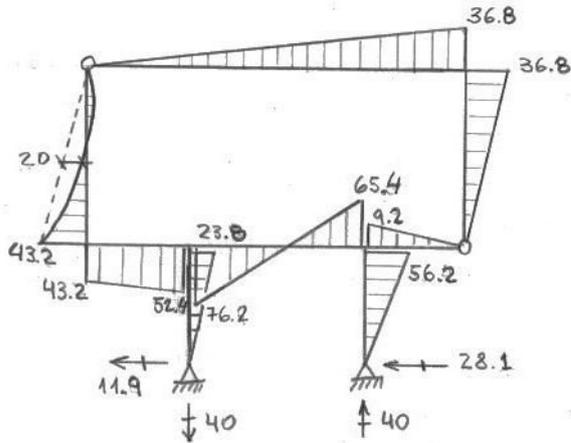
$$EI\delta_{22} = 2 \times \frac{1}{3} \times 1 \times 1 \times 8 + 2 \times \frac{1}{3} \times 1 \times 1 \times 4 = 8$$

$$\frac{1}{EI} \begin{bmatrix} -\frac{1280}{3} \\ \frac{1180}{3} \end{bmatrix} + \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} \frac{64}{3} & -4 \\ -4 & 8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

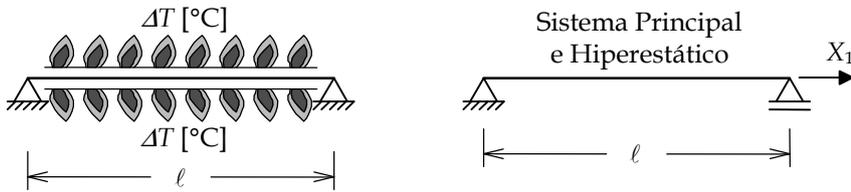
$$\Rightarrow \begin{cases} X_1 = 11,90 \text{ kN} \\ X_2 = -43,22 \text{ kNm} \end{cases}$$

1ª Questão (cont.)

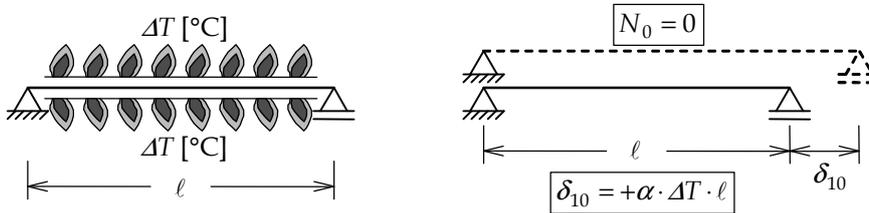
Momentas finais $M = M_0 + M_1 X_1 + M_2 X_2$



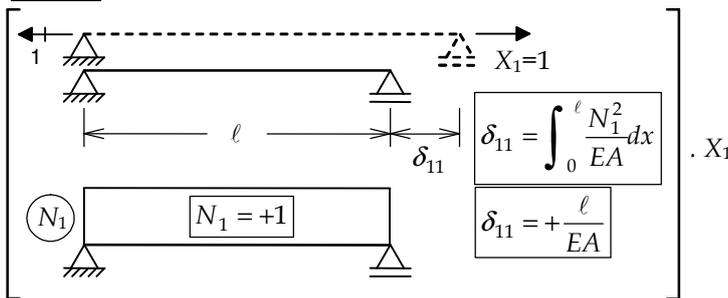
2ª Questão



Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) - X1 isolado no SP



Equações de Compatibilidade

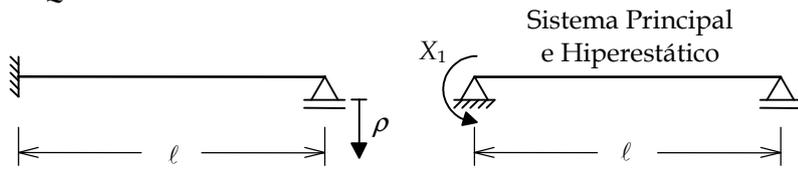
$$\delta_{10} + \delta_{11} \cdot X_1 = 0 \Rightarrow X_1 = -\alpha \cdot \Delta T \cdot EA$$

Esforço normal final

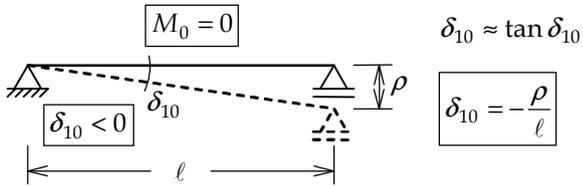
$$N = N_0 + N_1 \cdot X_1$$

$$N = -\alpha \cdot \Delta T \cdot EA$$

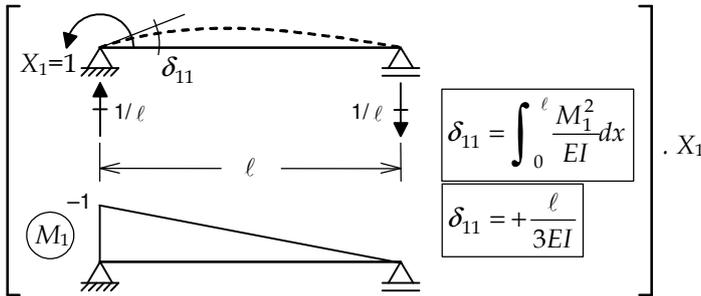
3ª Questão



Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) - X_1 isolado no SP



Equações de Compatibilidade

$$\delta_{10} + \delta_{11} \cdot X_1 = 0 \Rightarrow X_1 = + \frac{3EI}{\ell^2} \rho$$

Momentos Fletores Finais

$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1$$

$$-(3EI / \ell^2) \cdot \rho$$

