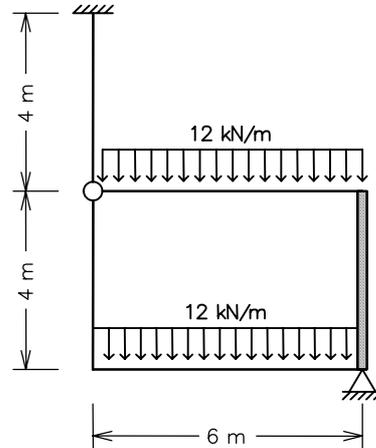


# CIV 1127 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 1º Semestre - 2006

## Segunda Prova - 07/06/2006 - Duração: 2:45 hs - Sem Consulta

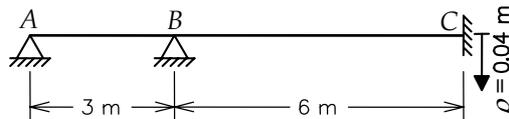
### 1ª Questão (5,5 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão  $EI = 3.0 \times 10^4 \text{ kNm}^2$ , com exceção da barra vertical da direita que é infinitamente rígida à flexão.



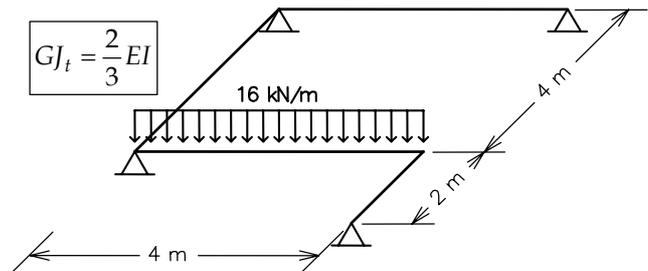
### 2ª Questão (1,5 pontos)

Considere a viga abaixo cujas barras têm inércia à flexão  $EI = 3.0 \times 10^4 \text{ kNm}^2$ . Utilizando a Analogia da Viga Conjugada, determine o diagrama de momentos fletores na viga provocado por um recalque vertical  $\rho = 4 \text{ cm}$ , de cima para baixo, do engaste C na direita.



### 3ª Questão (2,0 pontos)

Empregando-se o Método das Forças, obter os diagramas de momentos fletores e momentos torçores para a grelha ao lado. Todas as barras têm a relação indicada entre a rigidez à torção  $GJ_t$  e a rigidez à flexão  $EI$ .



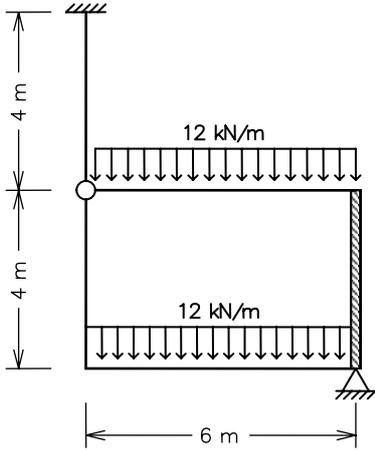
### 4ª Questão (1,0 ponto)

Grau vindo do segundo trabalho (nota do trabalho x 0,1).

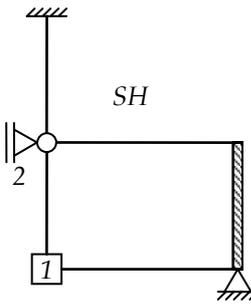
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ D_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

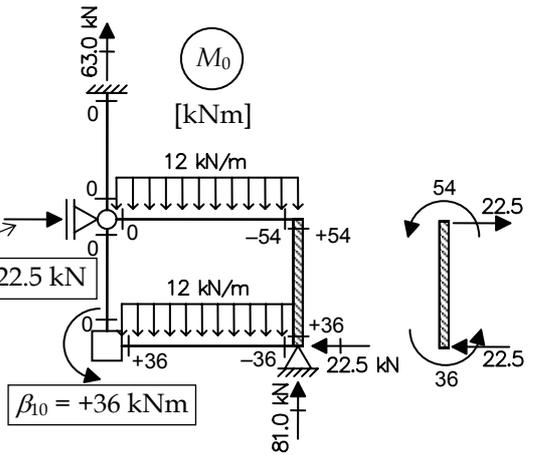
1ª Questão



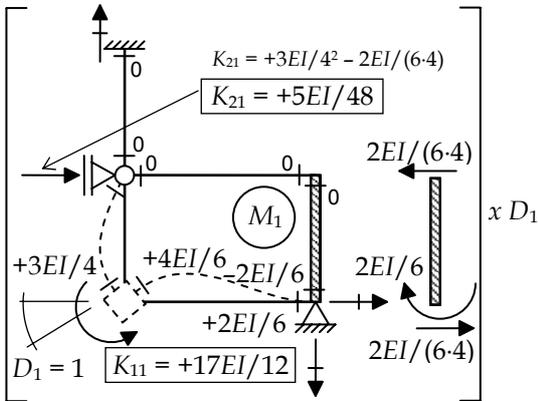
Sistema Hipergeométrico



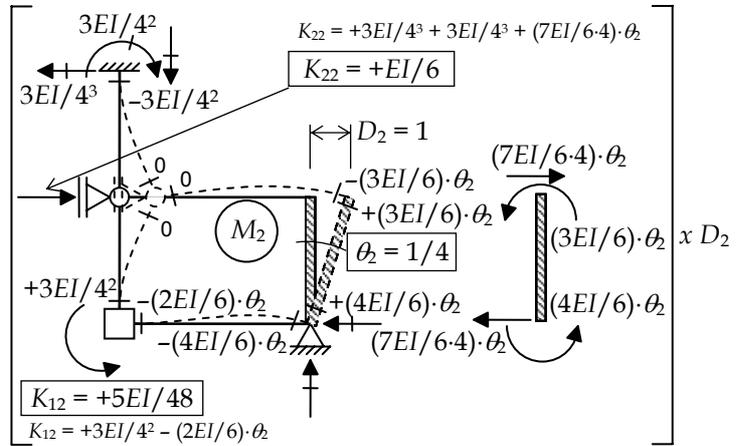
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) - Deslocabilidade  $D_1$  isolada no SH



Caso (2) - Deslocabilidade  $D_2$  isolada no SH

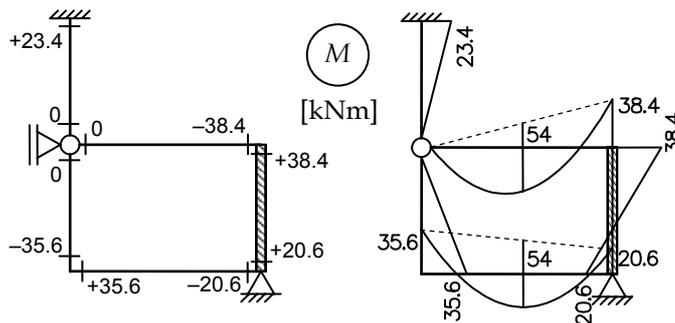


Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{Bmatrix} +36 \\ +22.5 \end{Bmatrix} + EI \cdot \begin{bmatrix} +17/12 & +5/48 \\ +5/48 & +1/6 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = -\frac{16.231}{EI} \\ D_2 = -\frac{124.86}{EI} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$$



### 2ª Questão

#### VIGA REAL

$$EI = 3.0 \times 10^4 \text{ kNm}^2$$

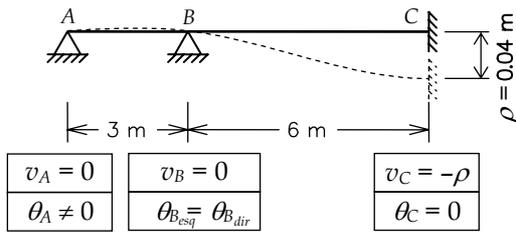
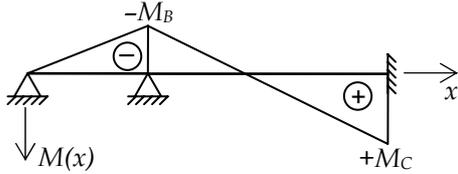
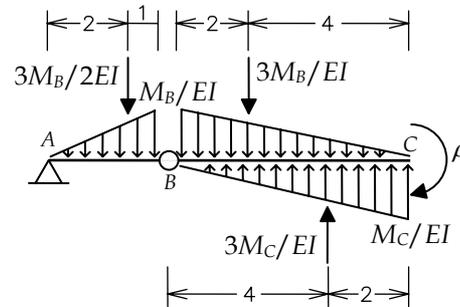
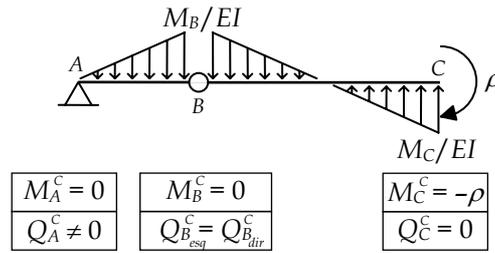


Diagrama de momentos fletores:



#### VIGA CONJUGADA



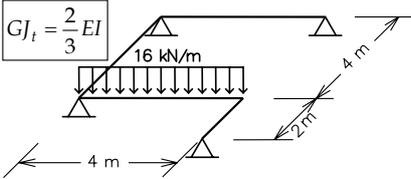
$$M_B^C = 0 \Rightarrow -(3M_B/EI) \cdot 2 + (3M_C/EI) \cdot 4 - \rho = 0$$

$$M_A^C = 0 \Rightarrow -(3M_B/2EI) \cdot 2 - (3M_B/EI) \cdot 5 + (3M_C/EI) \cdot 7 - \rho = 0$$

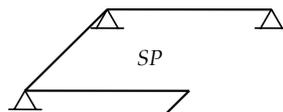
$$\therefore \begin{cases} M_B = 120 \text{ kNm} \\ M_C = 160 \text{ kNm} \end{cases}$$

### 3ª Questão

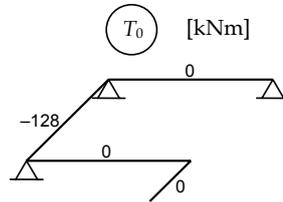
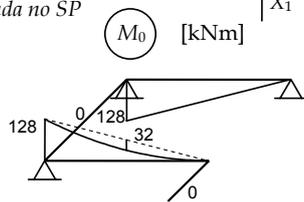
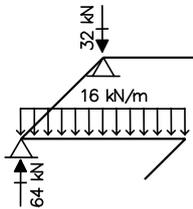
$$GJ_t = \frac{2}{3} EI$$



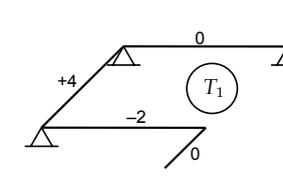
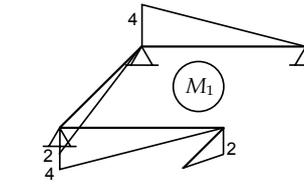
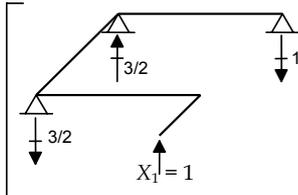
Sistema Principal e Hiperestático ( $g = 1$ )



Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) - Hiperestático  $X_1$  isolado no SP



Equação de compatibilidade:

$$\delta_{10} + \delta_{11} X_1 = 0$$

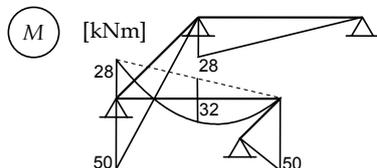
$$\delta_{10} = \left[ -\frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 128 \cdot 4 - \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 128 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 32 \cdot 4 \right] \cdot \frac{1}{EI} + [(+4) \cdot (-128) \cdot 4] \cdot \frac{1}{GJ_t}$$

$$\delta_{10} = -\frac{3584}{3EI} - \frac{2048}{GJ_t} = -\frac{3584}{3EI} - \frac{3 \cdot 2048}{2EI} = -\frac{12800}{3EI}$$

$$\delta_{11} = \left[ 2 \cdot \left( \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \right) + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \right] \cdot \frac{1}{EI} + [(+4) \cdot (+4) \cdot 4 + (-2) \cdot (-2) \cdot 4] \cdot \frac{1}{GJ_t}$$

$$\delta_{11} = \frac{152}{3EI} + \frac{80}{GJ_t} = \frac{152}{3EI} + \frac{3 \cdot 80}{2EI} = +\frac{512}{3EI} \quad \Rightarrow -\frac{12800}{3EI} + \frac{512}{3EI} \cdot X_1 = 0 \quad \therefore X_1 = +25 \text{ kN}$$

Momentos Fletores Finais:  $M = M_0 + M_1 \cdot X_1$



Momentos Torsores Finais:  $T = T_0 + T_1 \cdot X_1$

