

Grau G3 - Primeira Questão - 11/11/2019 - Duração: 1:50 hs - Sem Consulta

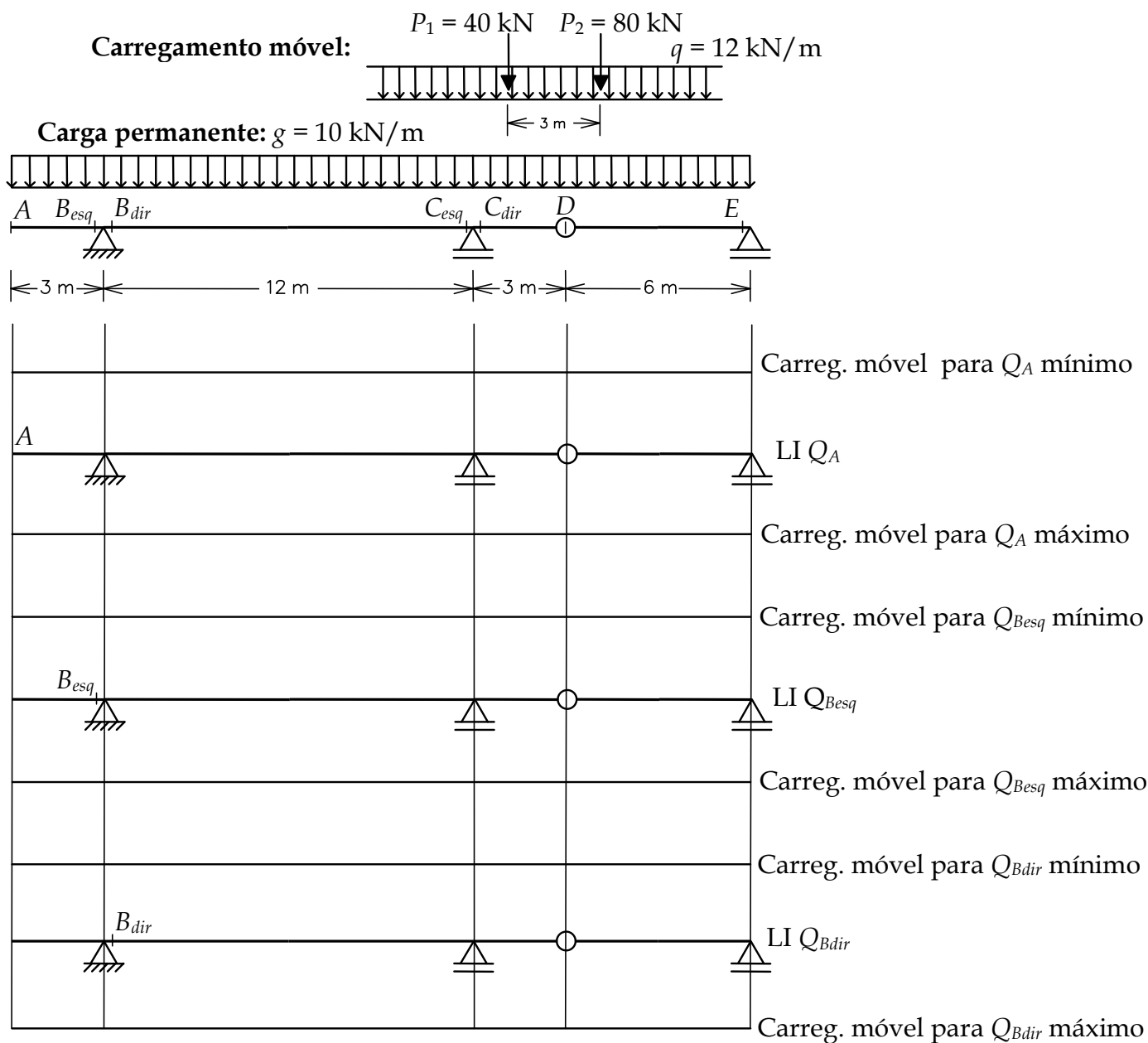
Nome: _____

1ª Questão (3,5 pontos)

Você está envolvido no projeto de uma ponte rodoviária cujo sistema estrutural está mostrado abaixo. A carga permanente, constituída do peso próprio da estrutura, é uniformemente distribuída, tendo sido avaliada em $g = 10$ kN/m. O carregamento móvel está indicado na figura, sendo que q representa a carga de multidão e as cargas P_1 e P_2 representam as cargas dos eixos do veículo de projeto. A carga de multidão não tem extensão definida, isto é, a sua área de atuação deve ser obtida de forma a majorar ou minorar um determinado efeito.

Pede-se:

- Trace nas figuras a seguir as Linhas de Influência (LI) de esforços cortantes na seções A , B_{esq} , B_{dir} , C_{esq} , C_{dir} , D , e E , indicando valores das ordenadas e das áreas positivas e negativas.
- Indique nas figuras a seguir as posições do carregamento móvel que provocam os valores mínimo e máximo do esforço cortante para cada uma dessas seções.
- Com base na carga permanente e na carga móvel, monte uma tabela de esforços cortantes mínimos e máximos nessas seções.
- Desenhe as envoltórias de esforços cortantes máximos e mínimos baseadas nos valores obtidos no item (c).



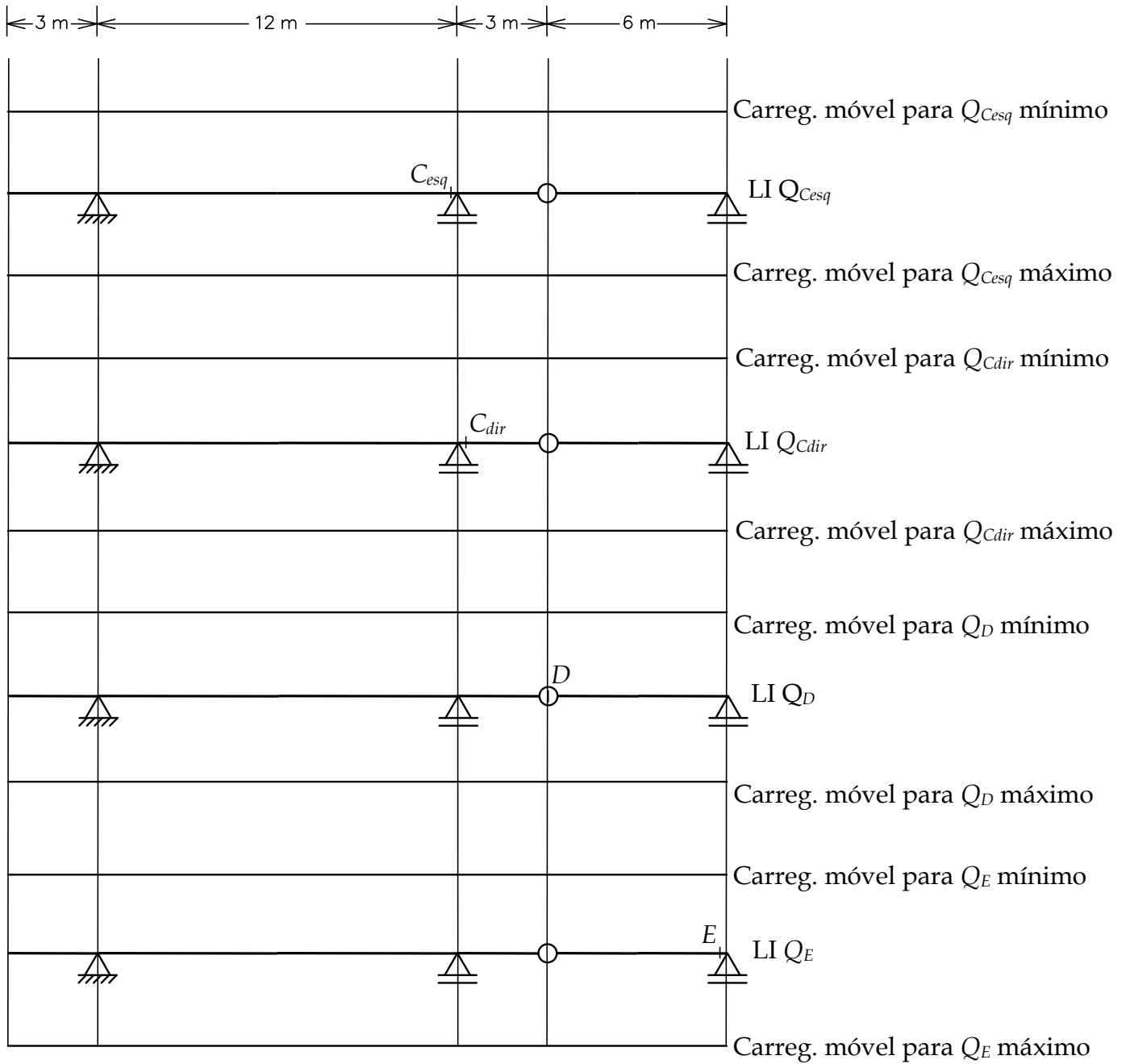
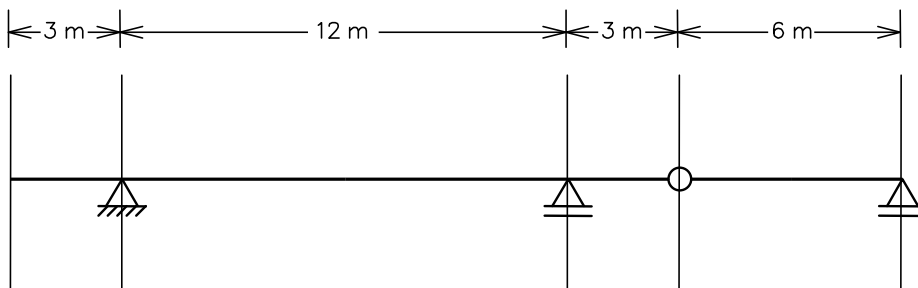


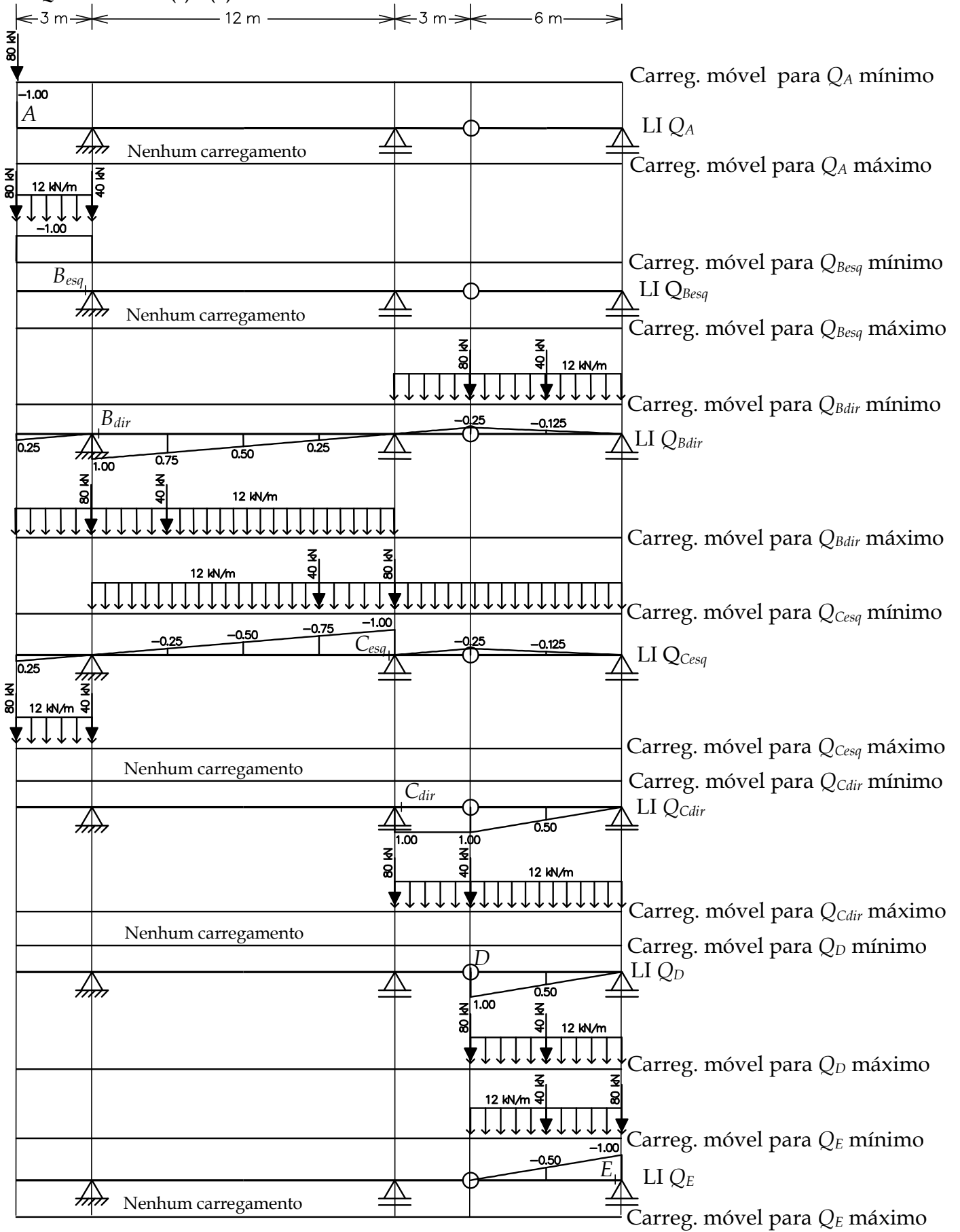
Tabela das envoltórias de esforços cortantes mínimos e máximos

| Seção | A | B _{esq} | B _{dir} | C _{esq} | C _{dir} | D | E |
|------------------------------|---|------------------|------------------|------------------|------------------|---|---|
| Esforço cortante mínimo (kN) | | | | | | | |
| Esforço cortante máximo (kN) | | | | | | | |

Desenho das envoltórias de esforços cortantes mínimos e máximos (kN)



1ª Questão - itens (a) e (b)



1ª Questão - item (c)

Determinação dos esforços cortantes mínimos e máximos nas seções

(*c.p.* → carga permanente; *c.m.* → carregamento móvel)

$$(Q_A)^{c.p.} = 0 \text{ kN}$$

$$(Q_{Besq})^{c.p.} = 10 \cdot [3 \cdot (-1.0)] = -30.0 \text{ kN}$$

$$(Q_A)^{c.m.}_{mín.} = 80 \cdot (-1.0) = -80.0 \text{ kN}$$

$$(Q_{Besq})^{c.m.}_{mín.} = 80 \cdot (-1.0) + 40 \cdot (-1.0) + 12 \cdot [3 \cdot (-1.0)] = -156.0 \text{ kN}$$

$$(Q_A)^{c.m.}_{máx.} = 0 \text{ kN}$$

$$(Q_{Besq})^{c.m.}_{máx.} = 0 \text{ kN}$$

$$(Q_{Bdir})^{c.p.} = 10 \cdot [0.5 \cdot 3 \cdot (0.25) + 0.5 \cdot 12 \cdot (1.0) + 0.5 \cdot 9 \cdot (-0.25)] = +52.5 \text{ kN}$$

$$(Q_{Besq})^{c.m.}_{mín.} = 80 \cdot (-0.25) + 40 \cdot (-0.125) + 12 \cdot [0.5 \cdot 9 \cdot (-0.25)] = -38.5 \text{ kN}$$

$$(Q_{Besq})^{c.m.}_{máx.} = 80 \cdot (1.0) + 40 \cdot (0.75) + 12 \cdot [0.5 \cdot 3 \cdot (0.25) + 0.5 \cdot 12 \cdot (1.0)] = +186.5 \text{ kN}$$

$$(Q_{Cesq})^{c.p.} = 10 \cdot [0.5 \cdot 3 \cdot (0.25) + 0.5 \cdot 12 \cdot (-1.0) + 0.5 \cdot 9 \cdot (-0.25)] = -67.5 \text{ kN}$$

$$(Q_{Cesq})^{c.m.}_{mín.} = 40 \cdot (-0.75) + 80 \cdot (-1.0) + 12 \cdot [0.5 \cdot 12 \cdot (-1.0) + 0.5 \cdot 9 \cdot (-0.25)] = -195.5 \text{ kN}$$

$$(Q_{Cesq})^{c.m.}_{máx.} = 80 \cdot (0.25) + 40 \cdot (0) + 12 \cdot [0.5 \cdot 3 \cdot (0.25)] = +24.5 \text{ kN}$$

$$(Q_{Cdir})^{c.p.} = 10 \cdot [3 \cdot (1.0) + 0.5 \cdot 6 \cdot (1.0)] = +60.0 \text{ kN}$$

$$(Q_{Cdir})^{c.m.}_{mín.} = 0 \text{ kN}$$

$$(Q_{Cdir})^{c.m.}_{máx.} = 80 \cdot (1.0) + 40 \cdot (1.0) + 12 \cdot [3 \cdot (1.0) + 0.5 \cdot 6 \cdot (1.0)] = +192.0 \text{ kN}$$

$$(Q_D)^{c.p.} = 10 \cdot [0.5 \cdot 6 \cdot (1.0)] = +30.0 \text{ kN}$$

$$(Q_D)^{c.m.}_{mín.} = 0 \text{ kN}$$

$$(Q_D)^{c.m.}_{máx.} = 80 \cdot (1.0) + 40 \cdot (0.5) + 12 \cdot [0.5 \cdot 6 \cdot (1.0)] = +136.0 \text{ kN}$$

$$(Q_E)^{c.p.} = 10 \cdot [0.5 \cdot 6 \cdot (-1.0)] = -30.0 \text{ kN}$$

$$(Q_E)^{c.m.}_{mín.} = 40 \cdot (-0.5) + 80 \cdot (-1.0) + 12 \cdot [0.5 \cdot 6 \cdot (-1.0)] = -136.0 \text{ kN}$$

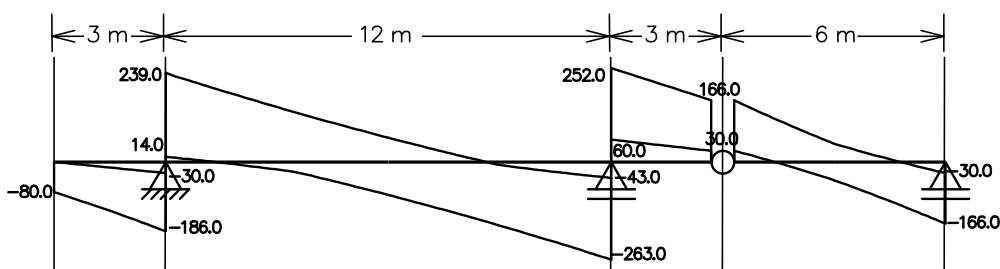
$$(Q_E)^{c.m.}_{máx.} = 0 \text{ kN}$$

Tabela das envoltórias de esforços cortantes mínimos e máximos

| Seção | A | B _{esq} | B _{dir} | C _{esq} | C _{dir} | D | E |
|------------------------------|-------|------------------|------------------|------------------|------------------|--------|--------|
| Esforço cortante mínimo (kN) | -80.0 | -186.0 | +14.0 | -263.0 | +60 | +30.0 | -166.0 |
| Esforço cortante máximo (kN) | 0.0 | -30.0 | +239.0 | -43.0 | +252.0 | +166.0 | -30.0 |

1ª Questão - item (d)

Traçado das Envoltórias de Esforços Cortantes [kN]



2ª Questão (3,5 pontos)

Você está envolvido no projeto de uma estrutura, mas perdeu o desenho do modelo estrutural. Felizmente, você encontrou o arquivo de dados de entrada e de resultados de análise para o programa de computador que foi utilizado para fazer a análise estrutural. Este arquivo está reproduzido na folha seguinte. Observe que os valores da rotação do nó 1 e dos esforços cortantes e momentos fletores da barra 2 não puderam ser recuperados.

Os eixos do sistema local de uma barra são definidos de tal maneira que o eixo local x tem o sentido do nó inicial para o nó final. O eixo local y é perpendicular ao eixo da barra, está no plano da estrutura e é tal que o produto vetorial do eixo x pelo eixo y resulta em um vetor saindo do plano.

Nos dados de entrada do programa de computador, os valores dos carregamentos uniformemente distribuídos são fornecidos no sistema de eixos locais das barras. Isto é, um carregamento na direção local transversal à barra é positivo quando tem a direção do eixo local y e negativo quando tem a direção oposta.

Na saída do programa de computador, os esforços internos nas extremidades das barras são fornecidos nos sistemas de eixos locais das barras com a convenção de sinais do Método dos Deslocamentos: esforços normais são positivos no sentido do eixo local x e negativos no sentido contrário; esforços cortantes são positivos no sentido do eixo local y e negativos no sentido contrário; e momentos fletores são positivos quando têm o sentido anti-horário e negativos no sentido contrário.

Pede-se:

- Calcule o valor da rotação do nó 1 em radianos, indicando seu sentido (horário ou anti-horário) (0,5 ponto).
- Com base nos valores dos deslocamentos e rotações nodais fornecidos e nos coeficientes de rigidez locais da barra 2, determine os valores dos esforços internos que estão faltando para essa barra (1,0 ponto).
- Desenhe os diagramas de esforços normais, esforços cortantes e momentos fletores fornecidos pelo modelo estrutural. Esforços normais de tração são positivos e de compressão são negativos. Esforços cortantes são positivos quando, entrando com as forças à esquerda de uma seção transversal (de quem olha da fibra inferior para a fibra superior), a resultante das forças na direção transversal à barra for para cima. O diagrama de momentos fletores é sempre desenhado do lado da fibra tracionada (1,0 ponto).
- A tabela na folha anexa representa a matriz de rigidez global $[K]$ do modelo estrutural. Indique na tabela todos os coeficientes de rigidez globais diferentes de zero (não precisa calcular nenhum coeficiente. Considere que a numeração dos graus de liberdade segue a ordem consecutiva da numeração dos nós do modelo, isto é, os graus de liberdade de um nó com índice i são: D_{3i-2} , D_{3i-1} , D_{3i} . (1,0 ponto).

Dados de Entrada e Resultados do Modelo Computacional

Coordenadas Nodais e Condições de Suporte

| Nó | X (m) | Y (m) | Desloc. X (tipo) | Desloc. Y (tipo) | Rotação Z (tipo) | Mola X (kN/m) | Mola Y (kN/m) | Mola Z (kNm/rad) |
|----|----------|----------|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|------------------|---------------------|
| 1 | 0.0 | 0.0 | Fixo | Fixo | Mola | 0.0 | 0.0 | 100000.0 |
| 2 | 4.0 | 0.0 | Fixo | Fixo | Fixo | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 3 | 8.0 | 0.0 | Fixo | Fixo | Fixo | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 4 | 4.0 | 3.0 | Livre | Livre | Livre | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 5 | 8.0 | 3.0 | Livre | Livre | Livre | 0.0 | 0.0 | 0.0 |
| 6 | 11.0 | 3.0 | Livre | Livre | Livre | 0.0 | 0.0 | 0.0 |

Dados das Barras

| Barra | Nó inicial | Nó final | Rótula inicial | Rótula final | Mod.Elast. (kN/m2) | Área Seção (m2) | Mom.Inércia (m4) |
|-------|------------|----------|----------------|--------------|-----------------------|--------------------|---------------------|
| 1 | 1 | 4 | Não | Não | 2.0e+08 | 0.012 | 0.0012 |
| 2 | 2 | 4 | Sim | Não | 2.0e+08 | 0.012 | 0.0012 |
| 3 | 3 | 5 | Não | Não | 2.0e+08 | 0.012 | 0.0012 |
| 4 | 4 | 5 | Não | Não | 2.0e+08 | 0.012 | 0.0012 |
| 5 | 6 | 5 | Não | Não | 2.0e+08 | 0.012 | 0.0012 |

Dados de Carregamentos Uniformemente Distribuídos em Barras

| Barra | Direção | Qx (kN/m) | Qy (kN/m) |
|-------|---------|-----------|-----------|
| 1 | Local | 0.0 | -36.0 |
| 4 | Local | 0.0 | -36.0 |
| 5 | Local | 0.0 | 36.0 |

Resultados de Deslocamentos e Rotações Nodais

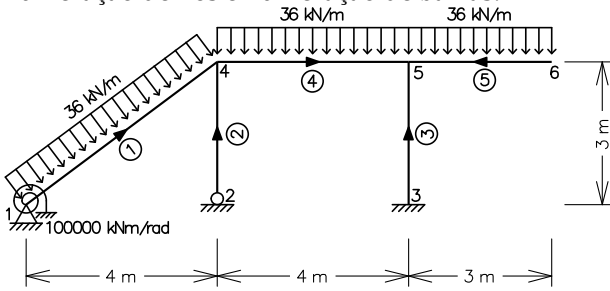
| Nó | Desloc. X (m) | Desloc. Y (m) | Rotação Z (rad) |
|----|---------------|---------------|-----------------|
| 1 | 0.000e+00 | 0.000e+00 | xxxxxxx |
| 2 | 0.000e+00 | 0.000e+00 | 0.000e+00 |
| 3 | 0.000e+00 | 0.000e+00 | -3.614e-04 |
| 4 | +3.466e-04 | -2.141e-04 | +7.104e-05 |
| 5 | +3.691e-04 | -2.520e-04 | -3.303e-04 |
| 6 | +3.691e-04 | -2.762e-03 | -1.005e-03 |

Resultados de Esforços nas Barras (direções locais)

| Barra | Normal | | Cortante | | Momento | |
|-------|--------------------|------------------|--------------------|------------------|---------------------|-------------------|
| | Nó inicial (kN) | Nó final (kN) | Nó inicial (kN) | Nó final (kN) | Nó inicial (kNm) | Nó final (kNm) |
| 1 | -71.4 | +71.4 | +82.3 | +97.6 | +35.5 | -73.6 |
| 2 | +171.3 | -171.3 | xxxxx | xxxxx | xxxxx | xxxxx |
| 3 | +201.6 | -201.6 | -13.5 | +13.5 | +6.2 | -46.7 |
| 4 | -13.5 | +13.5 | +50.4 | +93.6 | +28.8 | -115.3 |
| 5 | 0.0 | 0.0 | 0.0 | -108.0 | 0.0 | +162.0 |

2ª Questão - SOLUÇÃO

Desenho do modelo estrutural, com cargas, numeração de nós e numeração de barras:



Item (a)

$M_z^1 = -K_\theta \cdot \theta_z^1 = +35.5 \text{ kNm}$ (reação momento no apoio elástico rotacional no nó 1 obtida do resultado de momento fletor na extremidade inicial da barra 1). A reação momento no apoio elástico rotacional é sempre contrária à rotação do apoio. A direção do momento fletor na extremidade inicial da barra 1 tem o mesmo sentido da reação momento. $K_\theta = 100000 \text{ kNm/rad}$ (coeficiente de rigidez à rotação do apoio elástico rotacional).

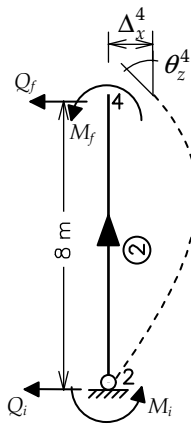
$$\Rightarrow \theta_z^1 = -35.5 / 100000 = -3.55 \times 10^{-4} \text{ rad}$$

(rotação do nó 1: negativo indica sentido horário)

Item (b)

Determinação dos esforços internos na barra 2 a partir do deslocamento horizontal e da rotação do nó 4:

Deformada da barra 2 e esforços internos com sentidos positivos (nas direções dos eixos locais)



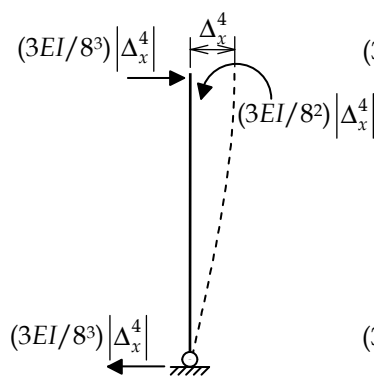
$$\Delta_x^4 = +3.466 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$\theta_z^4 = +7.104 \times 10^{-5} \text{ rad}$$

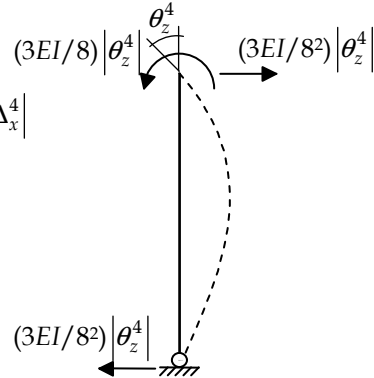
$$E = 2.0 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$$

$$I = 1.2 \times 10^{-3} \text{ m}^4$$

Isolando efeito do deslocamento horizontal do nó 4 (esforços indicados nos sentidos físicos)



Isolando efeito da rotação do nó 4 (esforços indicados nos sentidos físicos)



$$Q_i = +(3EI/8^3) |\Delta_x^4| + (3EI/8^2) |\theta_z^4| = +14.9 \text{ kN}$$

$$M_i = 0$$

$$Q_f = -(3EI/8^3) |\Delta_x^4| - (3EI/8^2) |\theta_z^4| = -14.9 \text{ kN}$$

$$M_f = +(3EI/8^2) |\Delta_x^4| + (3EI/8) |\theta_z^4| = +44.8 \text{ kNm}$$

Item (c)

Diagrama de esforços normais

(N)
[kN]

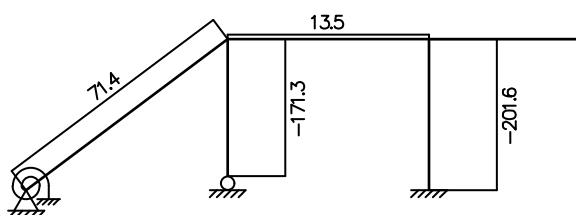


Diagrama de esforços cortantes

(Q)
[kN]

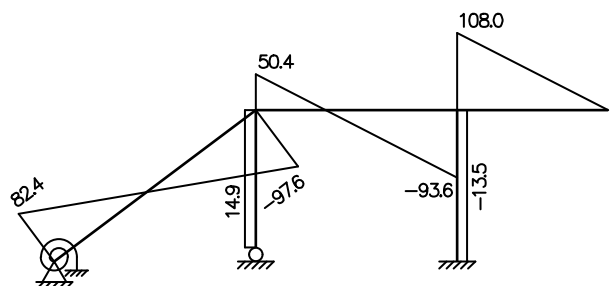
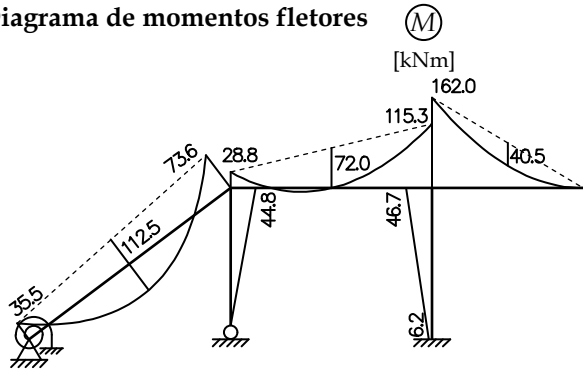
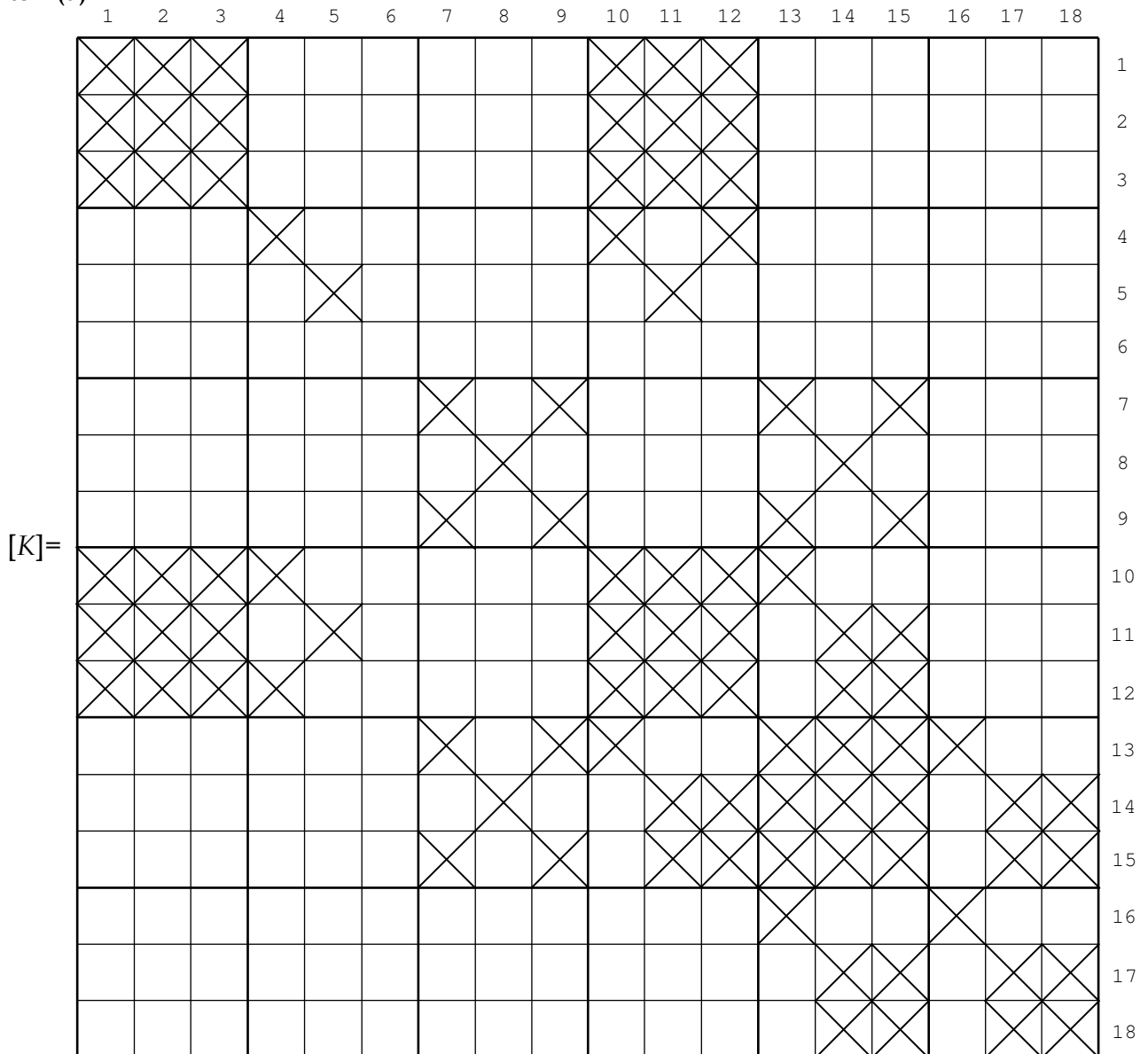


Diagrama de momentos fletores



Item (d)

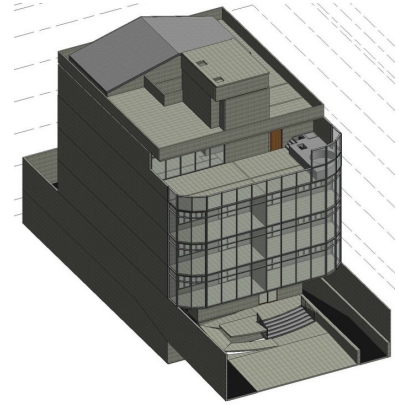


ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2019

3ª questão do grau G2 (1.0 ponto) - Data da entrega e defesa: 04/12/2019

Trabalho para criação de modelos estruturais e análise computacional das vigas do pavimento tipo de uma edificação

O trabalho consiste em escrever uma memória de cálculo descrevendo modelos estruturais e resultados de análise estrutural para cargas vertical das vigas do pavimento tipo do projeto MPI-1 deste semestre. Na concepção dos modelos estruturais das vigas do pavimento, as lajes não são consideradas estruturalmente. As cargas permanentes das lajes e as cargas acidentais atuantes na lajes devem ser transferidas para as vigas dos modelos estruturais do pavimento tipo.



O trabalho deve ser realizado em grupos com equipes de no máximo seis (6) participantes. Os grupos devem ser formalizados até a aula de 25/nov/2019.

Dois tipos de modelos estruturais devem ser considerados:

- Vigas modeladas separadamente, com a consideração da sequência de carregamento de vigas secundárias e principais.
- Vigas modeladas em um modelo único de grelha do pavimento tipo.

Nos dois tipos de modelos estruturais, os pilares são modelados como apoios simples (impedimento apenas a deslocamentos verticais).

Nos modelos de vigas em separado, as vigas secundárias devem ser apoiadas nas vigas principais através de apoios simples (sem compatibilidade de rotação). Os apoios simples podem ser considerados fixos (deslocamentos verticais nulos). Alternativamente, apoios elásticos podem ser considerados nas vigas secundárias. Nesse caso, os coeficientes de rigidez dos apoios elásticos podem ser calculados aplicando, isoladamente, forças fictícias verticais concentradas nas posições das vigas principais onde as vigas secundárias se apóiam. Os coeficientes de rigidez são a razão entre o valor da força vertical aplicada e o deslocamento vertical no ponto de aplicação da viga principal.

Um caso de carregamento de carga permanente deve ser considerado, levando em conta peso próprio da estrutura, alvenaria e revestimentos. Diversos casos de carregamento de cargas acidentais devem ser considerados. Os casos de cargas acidentais devem ser definidos de forma a obter esforços cortantes mínimos e máximos nas seções transversais de extremidade dos vãos das vigas e de forma a obter momentos fletores mínimos e máximos nas seções transversais de meio de vão e nas seções transversais de apoios internos das vigas. A identificação dos carregamentos que provocam mínimo ou máximo de um efeito em uma seção transversal deve ser feita com base em linhas de influência das vigas isoladas, considerando apoios fixos (não considerar apoios elásticos na definição das linhas de influência).

A memória de cálculo deve fazer uma comparação entre os resultados dos tipos de modelos estruturais: modelos de vigas separadas com hierarquia de carregamento e modelo de grelha do pavimento tipo.

Um relatório com a memória de cálculo deve ser entregue no dia da apresentação e defesa do trabalho.