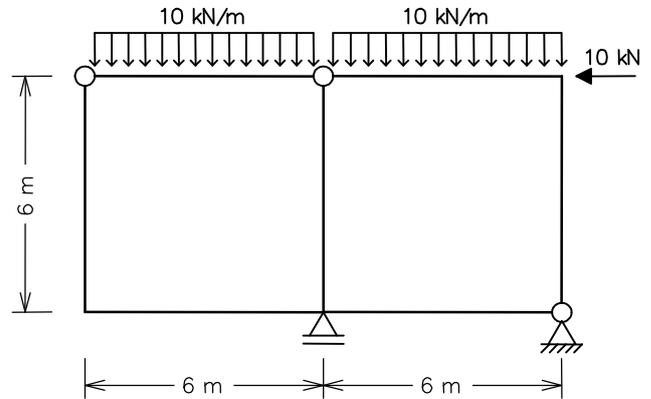


# ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2009

## Prova Final - 16/12/2009 - Duração: 2:30 hs - Sem Consulta

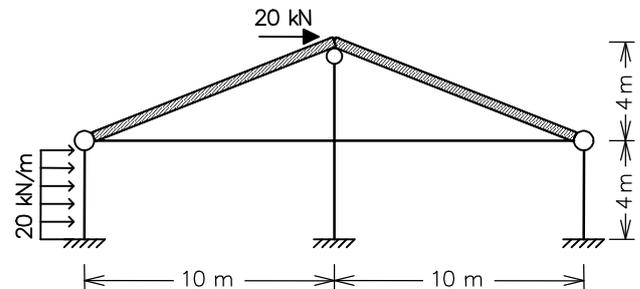
### 1ª Questão (5,0 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão  $EI = 10^5 \text{ kNm}^2$ . Somente considere deformações por flexão.



### 2ª Questão (5,0 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão  $EI = 10^4 \text{ kNm}^2$ , com exceção das barras inclinadas que são infinitamente rígidas à flexão.

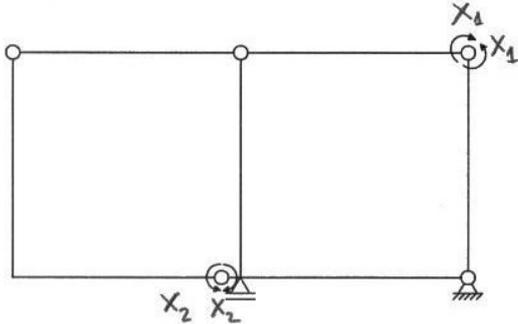


Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

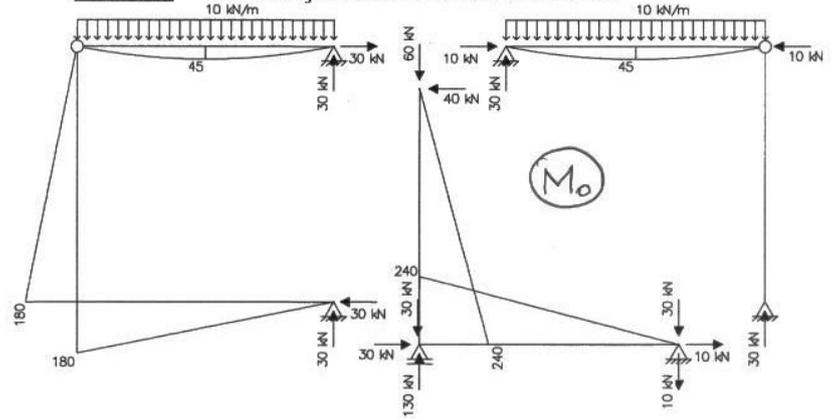
$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

1ª Questão

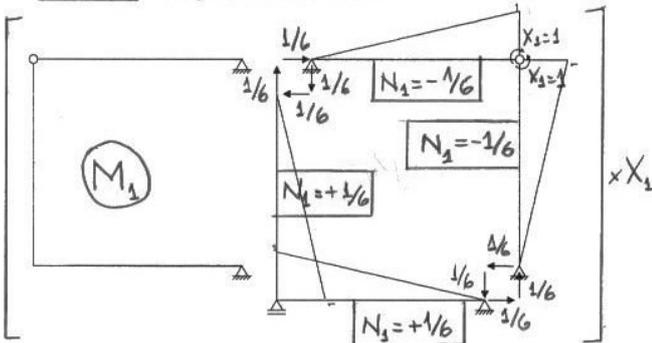
Sistema Principal e Hiperestáticos



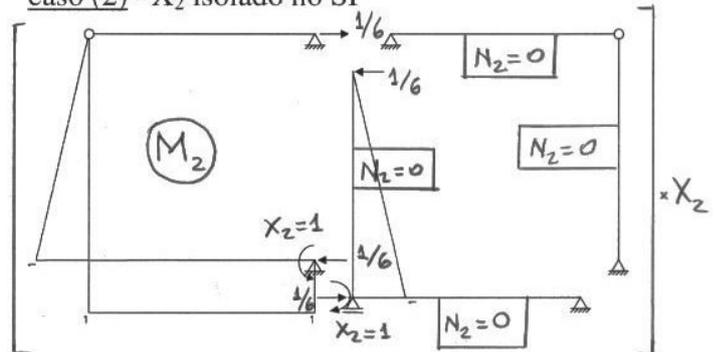
caso (0) – Solicitação externa isolada no SP



caso (1) – X1 isolado no SP



caso (2) – X2 isolado no SP



Sistema de Equações de Compatibilidade

$$\delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 = 0$$

$$\delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 = 0$$

$$\rightarrow \frac{1}{EI} \begin{Bmatrix} 870 \\ 1380 \end{Bmatrix} + \frac{1}{EI} \begin{bmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 10 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = -78,2 \text{ kNm} \\ X_2 = -122,4 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$EI \delta_{10} = +\frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 240 - \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 45 + \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 240 = 870$$

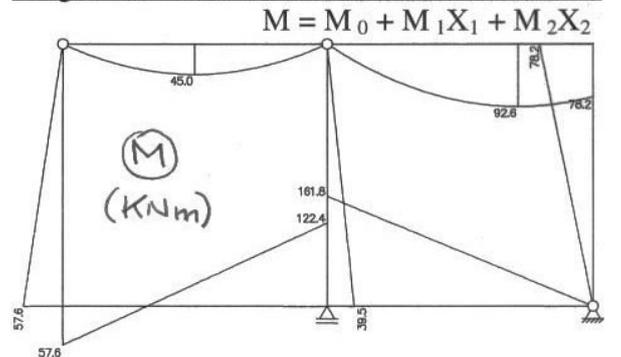
$$EI \delta_{20} = +\frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 180 + \frac{1}{2} \times 6 \times 1 \times 180 + \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 240 = 1380$$

$$EI \delta_{11} = 4 \times \left[ \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 1 \right] = 8$$

$$EI \delta_{12} = EI \delta_{21} = \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 1 = 2$$

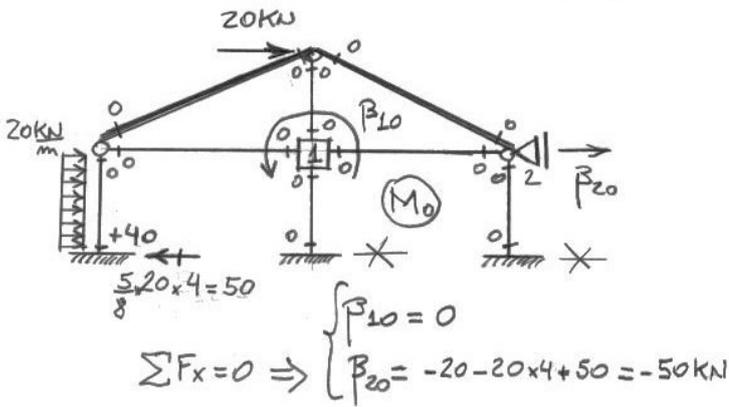
$$EI \delta_{22} = \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 1 + 6 \times 1 \times 1 + \frac{1}{3} \times 6 \times 1 \times 1 = 10$$

Diagrama de Momentos Fletores Finais (kNm)

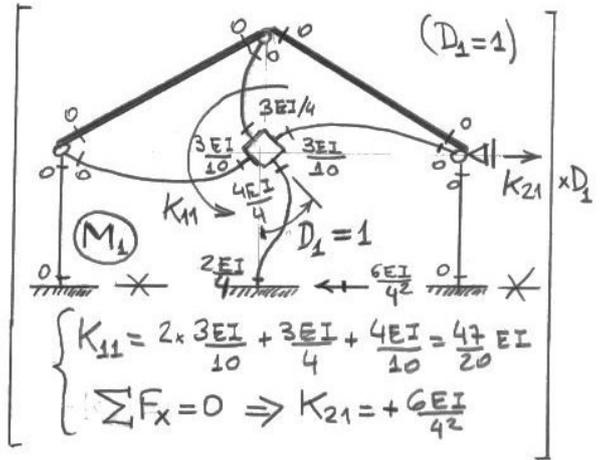


2ª Questão

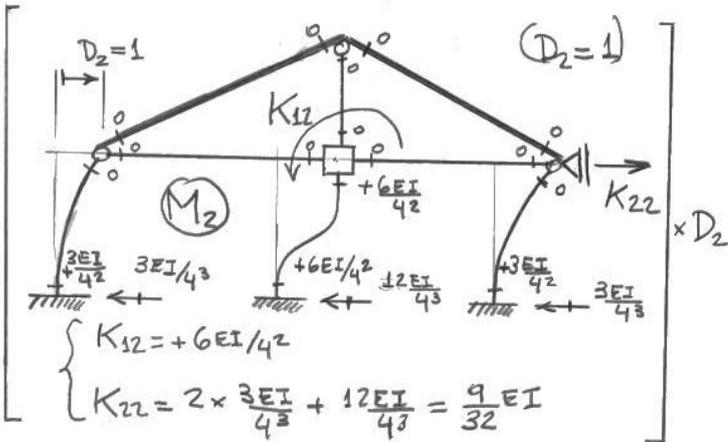
Caso (0) - Solicitação externa isolada no Sist. Hiperq.



Caso (1) -  $D_1$  isolado no S.H.



Caso (2) -  $D_2$  isolado no S.H.



Equações de Equilíbrio

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11} D_1 + K_{12} D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21} D_1 + K_{22} D_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{Bmatrix} 0 \\ -50 \end{Bmatrix} + EI \begin{bmatrix} 47/20 & 3/8 \\ 3/8 & 9/32 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_1 = -\frac{36,04}{EI} = -3,604 \times 10^{-3} \text{ rad} \\ D_2 = \frac{225,83}{EI} = 22,583 \times 10^{-3} \text{ m} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais

$$(M) = (M_0) + (M_1) D_1 + (M_2) D_2$$

