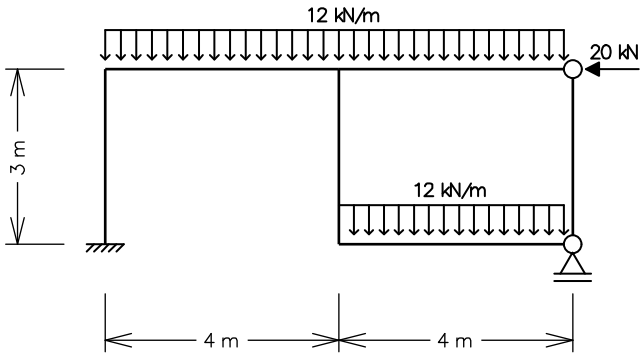
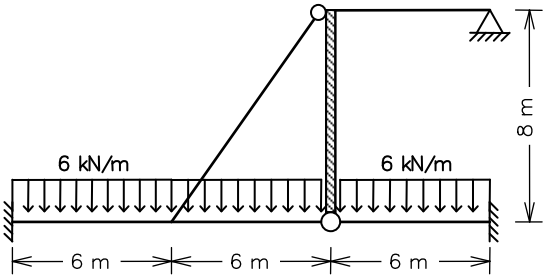
ENG 1204 – ANÁLISE DE ESTRUTURAS II – 2º Semestre – 2016

Prova Final – 21/12/2016 – Duração: 2:45 hs – Sem Consulta

1ª Questão (5,0 pontos)
Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Somente considere deformações por flexão. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 7.2 \times 10^4$ kNm².



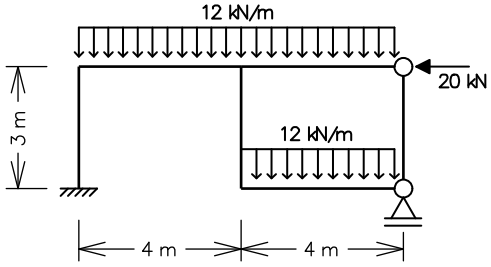
2ª Questão (5,0 pontos)
Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 2.4 \times 10^4$ kNm², com exceção da barra vertical que é infinitamente rígida à flexão.



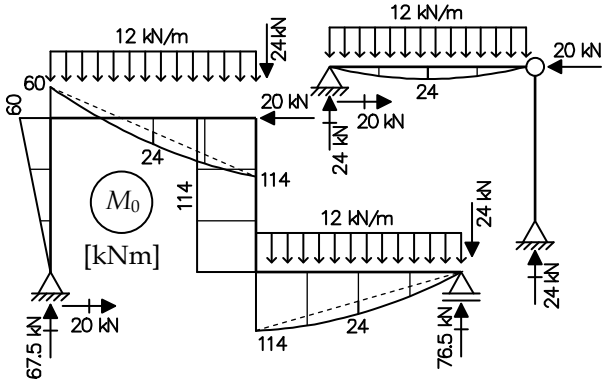
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \dfrac{bf - de}{ad - bc} \\ \\ X_2 = \dfrac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

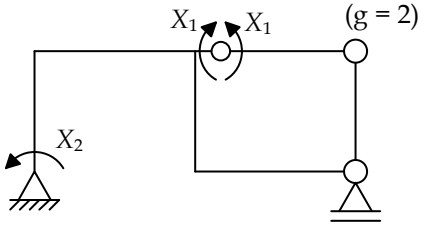
1ª Questão



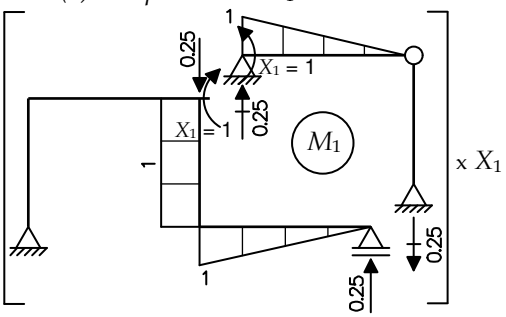
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SP



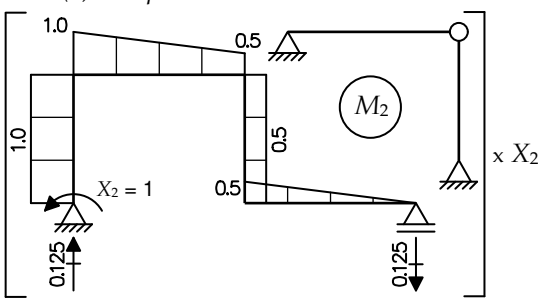
Sistema Principal (SP) e Hiperestáticos



Caso (1) – Hiperestático X_1 isolado no SP



Caso (2) – Hiperestático X_2 isolado no SP



Equações de compatibilidade:

$$\begin{cases}\delta_{10}+\delta_{11}X_1+\delta_{12}X_2=0\\ \delta_{20}+\delta_{21}X_1+\delta_{22}X_2=0\end{cases} \Rightarrow \frac{1}{EI}\begin{Bmatrix}+494\\ -273\end{Bmatrix}+\frac{1}{EI}\begin{bmatrix}+17/3 & -13/6\\ -13/6 & +77/12\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}X_1\\ X_2\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}0\\ 0\end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases}X_1=-81.4\text{ kNm}\\ X_2=+15.1\text{ kN}\end{cases}$$

$$\delta_{10}=\frac{1}{EI}\cdot\left[-\frac{1}{3}\cdot 1\cdot 24\cdot 4+1\cdot 114\cdot 3+\frac{1}{3}\cdot 1\cdot 114\cdot 4+\frac{1}{3}\cdot 1\cdot 24\cdot 4\right]=+\frac{494}{EI}$$

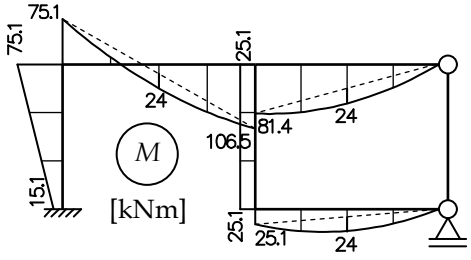
$$\delta_{20}=\frac{1}{EI}\cdot\left[\begin{array}{l}+\frac{1}{3}\cdot 1.0\cdot 60\cdot 4-\frac{1}{6}\cdot 1.0\cdot 114\cdot 4+\frac{1}{6}\cdot 0.5\cdot 60\cdot 4-\frac{1}{3}\cdot 0.5\cdot 114\cdot 4-\frac{1}{3}\cdot 1.0\cdot 24\cdot 4-\frac{1}{3}\cdot 0.5\cdot 24\cdot 4\\ +\frac{1}{2}\cdot 1.0\cdot 60\cdot 3-0.5\cdot 114\cdot 3-\frac{1}{3}\cdot 0.5\cdot 114\cdot 4-\frac{1}{3}\cdot 0.5\cdot 24\cdot 4\end{array}\right]=-\frac{273}{EI}$$

$$\delta_{11}=\frac{1}{EI}\cdot\left[+2\cdot\left(\frac{1}{3}\cdot 1\cdot 1\cdot 4\right)+1\cdot 1\cdot 3\right]=+\frac{17}{3EI} \qquad \delta_{12}=\delta_{21}=\frac{1}{EI}\cdot\left[-0.5\cdot 1\cdot 3-\frac{1}{3}\cdot 0.5\cdot 1\cdot 4\right]=-\frac{13}{6EI}$$

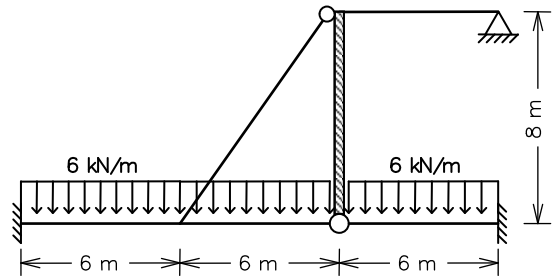
$$\delta_{22}=\frac{1}{EI}\cdot\left[\begin{array}{l}+\frac{1}{3}\cdot 1.0\cdot 1.0\cdot 4+\frac{1}{6}\cdot 1.0\cdot 0.5\cdot 4+\frac{1}{6}\cdot 0.5\cdot 1.0\cdot 4+\frac{1}{3}\cdot 0.5\cdot 0.5\cdot 4\\ +1.0\cdot 1.0\cdot 3+0.5\cdot 0.5\cdot 3+\frac{1}{3}\cdot 0.5\cdot 0.5\cdot 4\end{array}\right]=+\frac{77}{12EI}$$

Momentos Fletores Finais:

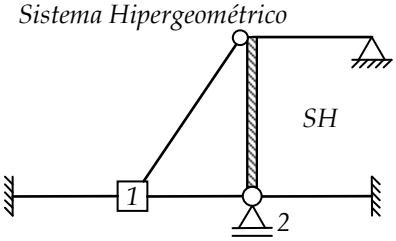
$$M=M_0+M_1\cdot X_1+M_2\cdot X_2$$



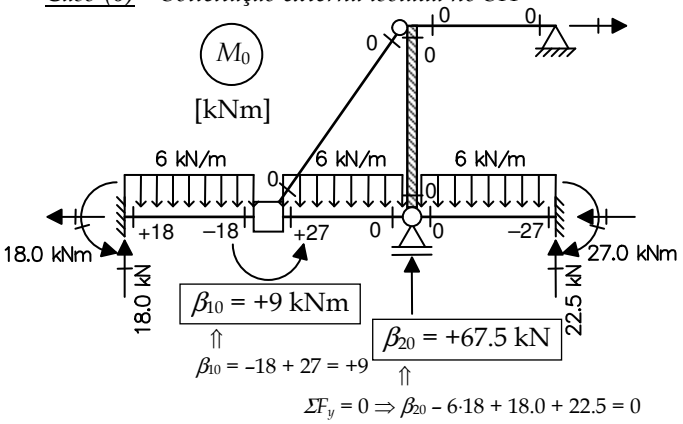
2ª Questão



Sistema Hipergeométrico

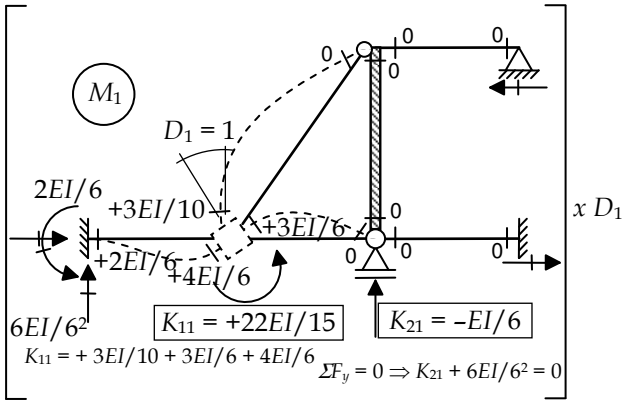


Caso (0) – *Solicitação externa isolada no SH*



$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow \beta_{20} - 6 \cdot 18 + 18.0 + 22.5 = 0$

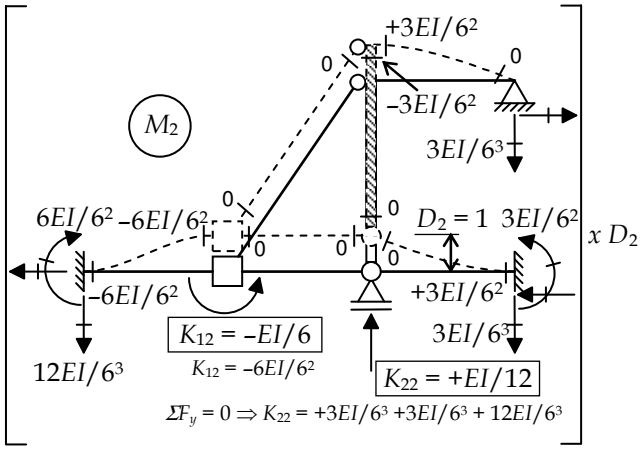
Caso (1) – *Deslocabilidade D_1 isolada no SH*



$K_{11} = +3EI/10 + 3EI/6 + 4EI/6$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow K_{21} + 6EI/6^2 = 0$

Caso (2) – *Deslocabilidade D_2 isolada no SH*



$K_{12} = -6EI/6^2$

$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow K_{22} = +3EI/6^3 + 3EI/6^3 + 12EI/6^3$

Equações de equilíbrio:

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{Bmatrix} +9 \\ +67.5 \end{Bmatrix} + EI \cdot \begin{bmatrix} +22/15 & -1/6 \\ -1/6 & +1/12 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} D_1 = -\dfrac{127.06}{EI} \\ D_2 = -\dfrac{1064.12}{EI} \end{cases}$$

Momentos Fletores Finais:

$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$