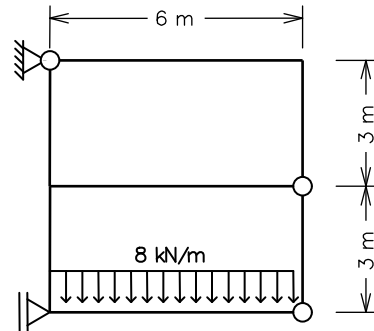


ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2017

Prova Final - 11/12/2017 - Duração: 2:45 hs - Sem Consulta

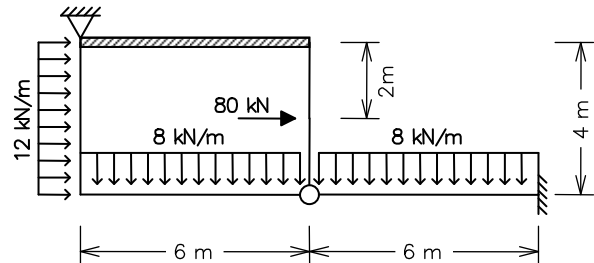
1ª Questão (4,0 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Somente considere deformações por flexão. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 1 \times 10^4 \text{ kNm}^2$.



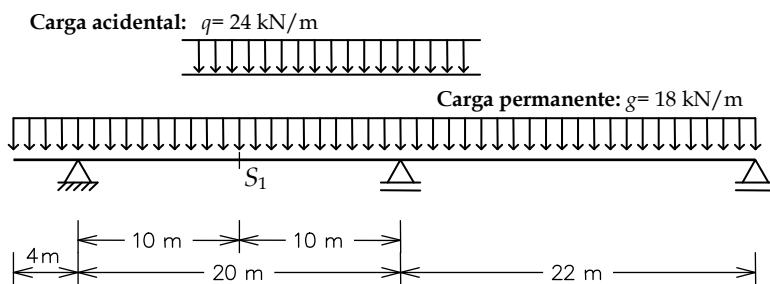
2ª Questão (4,0 pontos)

Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 2.4 \times 10^4 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra horizontal superior que é infinitamente rígida à flexão.

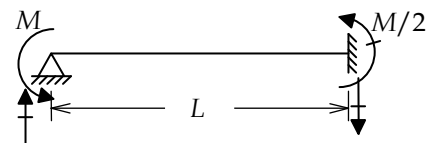


3ª Questão (2,0 pontos)

Para uma viga de ponte, cujo modelo estrutural é apresentado abaixo, calcule o valor mínimo do momento fletor na seção S_1 devido às cargas permanente e acidental indicadas. A carga acidental não tem extensão previamente definida e seu posicionamento ao longo da viga pode ser feito para minimizar ou maximizar qualquer resposta. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão EI . Utilize o método que achar mais apropriado para determinar o valor mínimo do momento fletor na seção S_1 .



Sabe-se que:



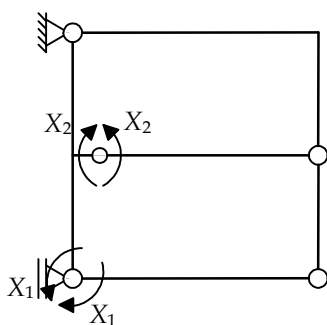
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

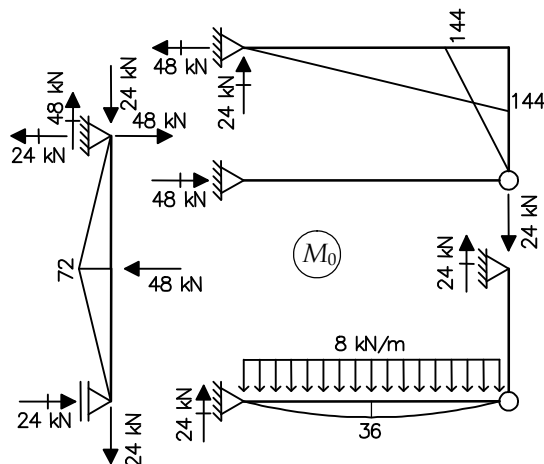
1ª Questão

Sistema Principal e Hiperestáticos

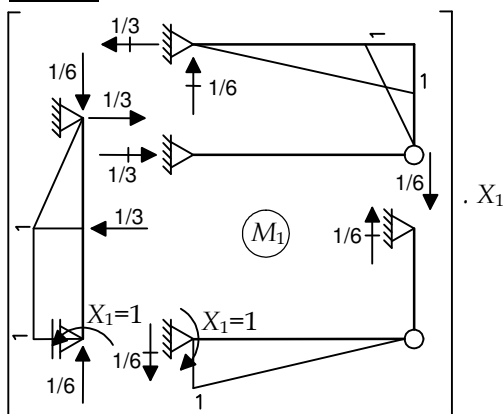
(g=2)



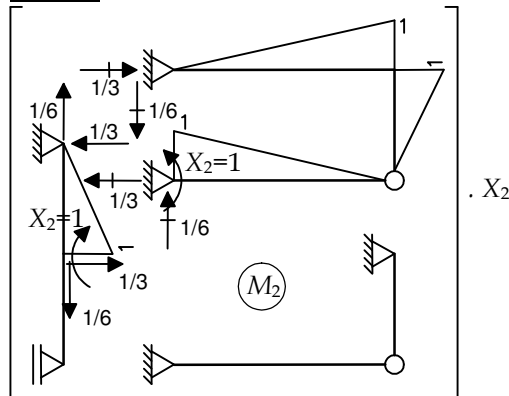
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) - X1 isolado no SP



Caso (2) - X2 isolado no SP



Equações de Compatibilidade

$$\begin{Bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = -54,9 \text{ kNm} \\ X_2 = +47,4 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 144 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 144 \cdot 3 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 3 \right] = + \frac{684}{EI}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 144 \cdot 6 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 144 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 72 \cdot 3 \right] = - \frac{504}{EI}$$

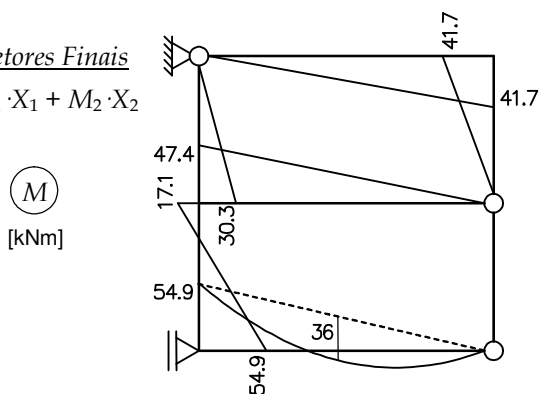
$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right) + 1 \cdot 1 \cdot 3 \right] = + \frac{9}{EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \cdot \left[2 \cdot \left(-\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right) - \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 \right] = - \frac{4}{EI}$$

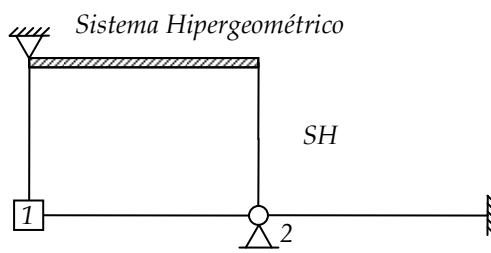
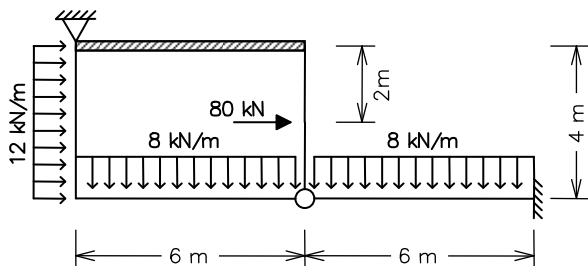
$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot \left[2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right) \right] = + \frac{6}{EI}$$

Momentos Fletores Finais

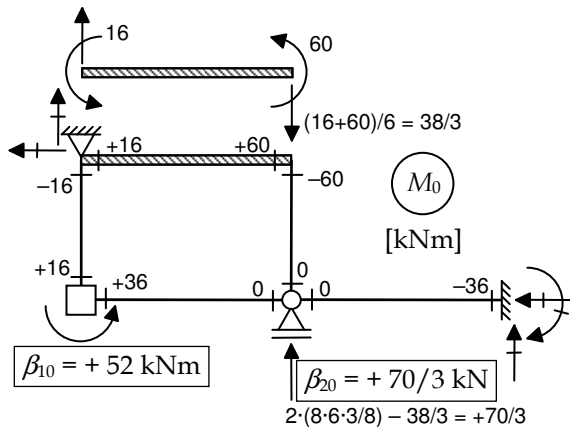
$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$



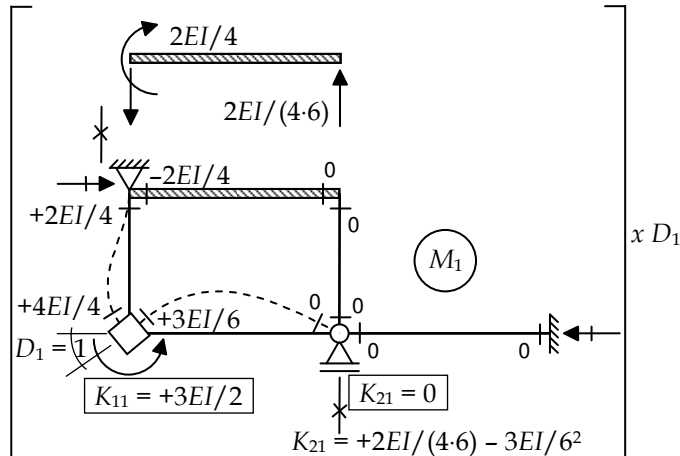
2ª Questão



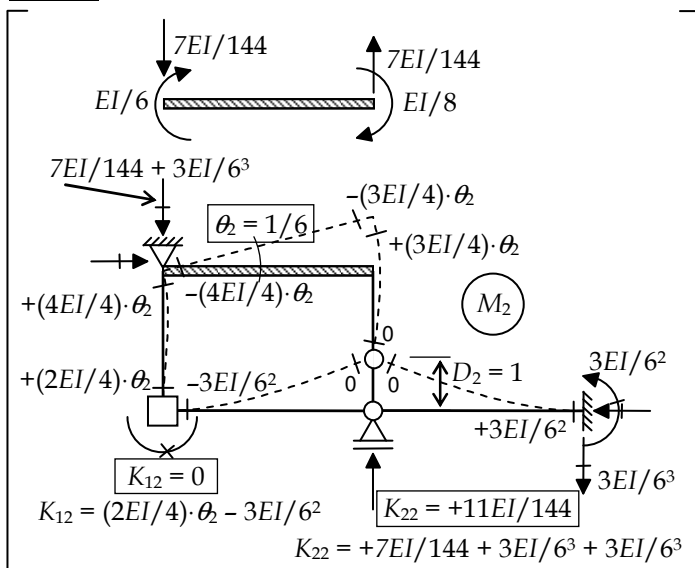
Caso (0) – Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) – Deslocabilidade D_1 isolada no SH



Caso (2) – Deslocabilidade D_2 isolada no SH



Equações de equilíbrio:

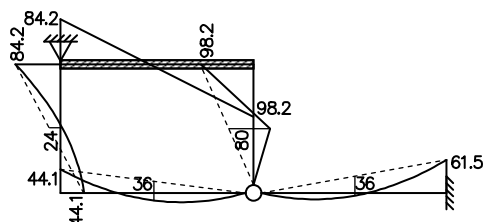
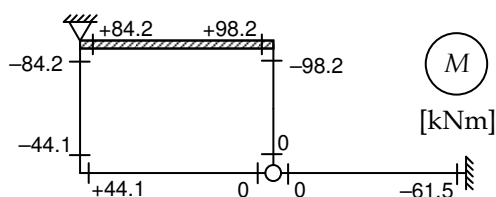
$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} +52 \\ +70/3 \end{Bmatrix} + EI \cdot \begin{bmatrix} +3/2 & 0 \\ 0 & +11/144 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_1 = -\frac{104}{3EI} \\ D_2 = -\frac{3360}{11EI} \end{cases}$$

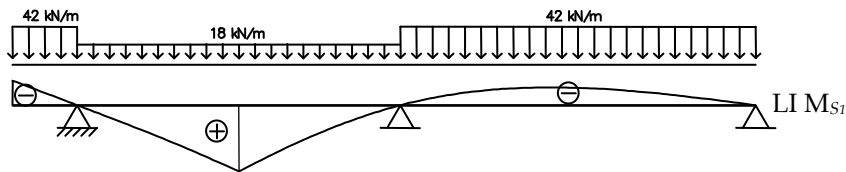
Momentos Fletores Finais:

$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$$



3ª Questão

Carregamento para M_{S1} mínimo



Solução pelo Processo de Cross para o carregamento que provoca M_{S1} mínimo, eliminando o balanço e substituindo as suas cargas por um momento concentrado:

