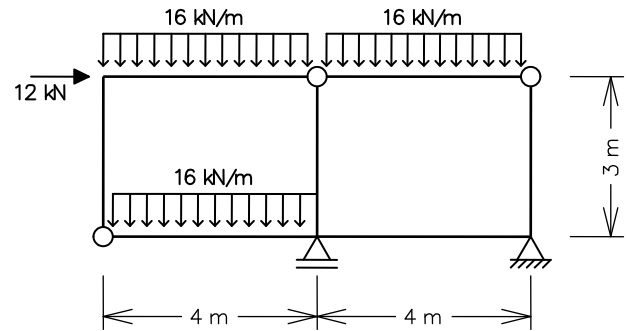


ENG 1204 - ANÁLISE DE ESTRUTURAS II - 2º Semestre - 2018

Prova Final - 12/12/2018 - Duração: 2:30 hs - Sem Consulta

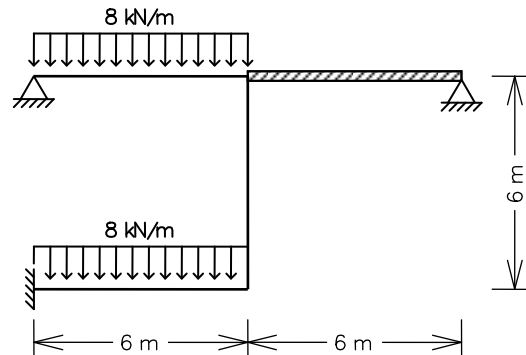
1ª Questão (5,0 pontos)

Determine pelo Método das Forças o diagrama de momentos fletores do quadro hiperestático ao lado. Somente considere deformações por flexão. Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 3.2 \times 10^4 \text{ kNm}^2$.



2ª Questão (5,0 pontos)

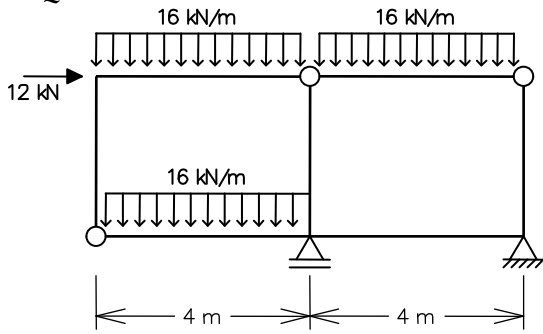
Empregando-se o Método dos Deslocamentos, obter o diagrama de momentos fletores para o quadro ao lado (barras inextensíveis). Todas as barras têm a mesma inércia à flexão $EI = 7.2 \times 10^3 \text{ kNm}^2$, com exceção da barra horizontal da direita que é infinitamente rígida à flexão.



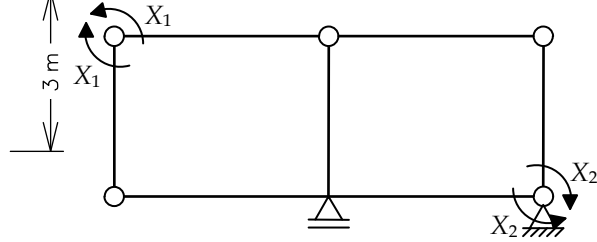
Solução de um sistema de 2 equações a 2 incógnitas:

$$\begin{Bmatrix} e \\ f \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{bf - de}{ad - bc} \\ X_2 = \frac{ce - af}{ad - bc} \end{cases}$$

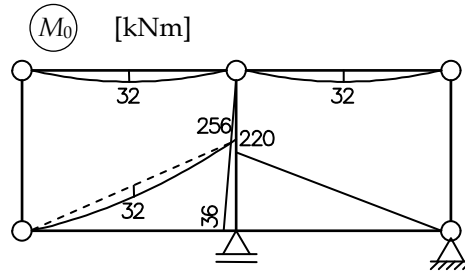
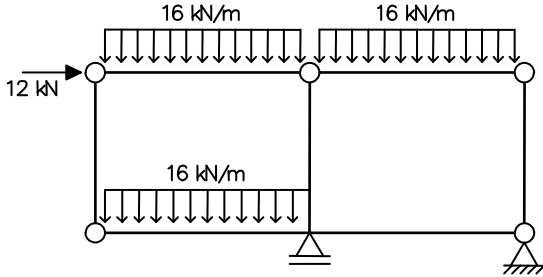
1ª Questão



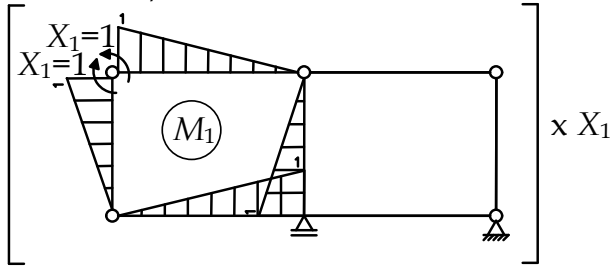
Sistema Principal e Hiperestáticos ($g=2$)



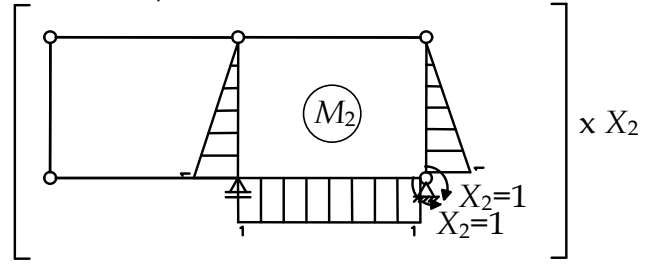
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SP



Caso (1) - Hiperestático X_1 isolado no SP



Caso (2) - Hiperestático X_2 isolado no SP



Equações de compatibilidade

$$\begin{Bmatrix} \delta_{10} \\ \delta_{20} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta_{11} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} X_1 = -79.9 \text{ kNm} \\ X_2 = +80.6 \text{ kNm} \end{cases}$$

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \cdot \left[-\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 32 \cdot 4 + \frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 36 \cdot 3 \right] = +\frac{292}{EI}$$

$$\delta_{20} = \frac{1}{EI} \cdot \left[+\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 256 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 220 \cdot 4 \right] = -\frac{404}{EI}$$

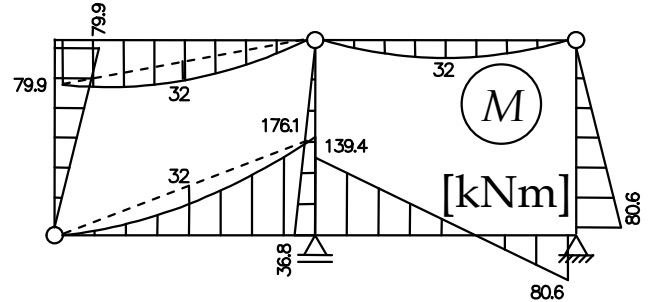
$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \cdot \left[2 \cdot \left(+\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 4 \right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right) \right] = +\frac{14}{3EI}$$

$$\delta_{12} = \delta_{21} = \frac{1}{EI} \cdot \left[+\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right] = +\frac{1}{EI}$$

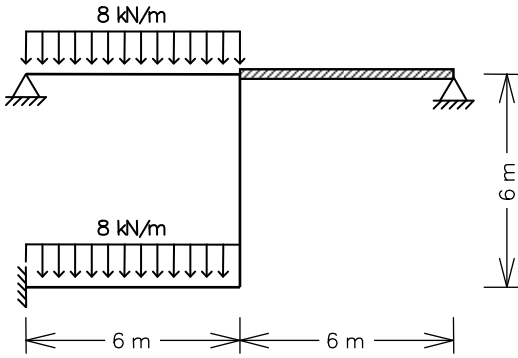
$$\delta_{22} = \frac{1}{EI} \cdot \left[2 \cdot \left(+\frac{1}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 3 \right) + 1 \cdot 1 \cdot 4 \right] = +\frac{6}{EI}$$

Momentos fletores finais

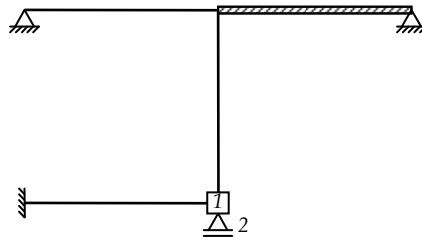
$$M = M_0 + M_1 \cdot X_1 + M_2 \cdot X_2$$



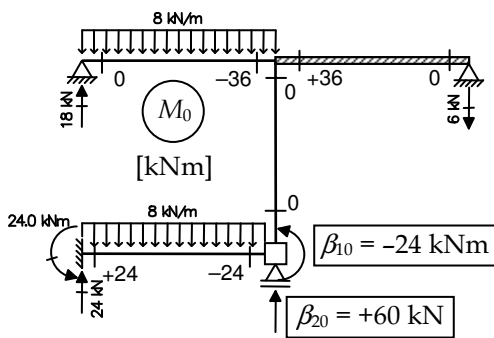
2ª Questão



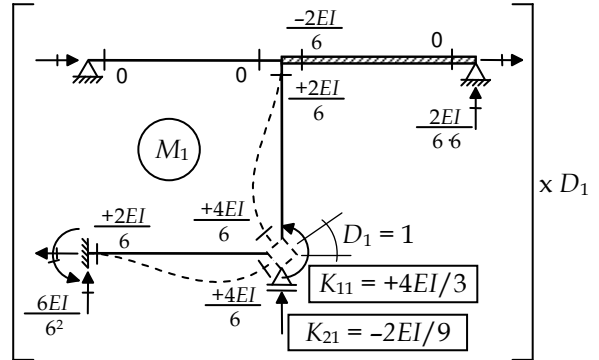
Sistema Hipergeométrico



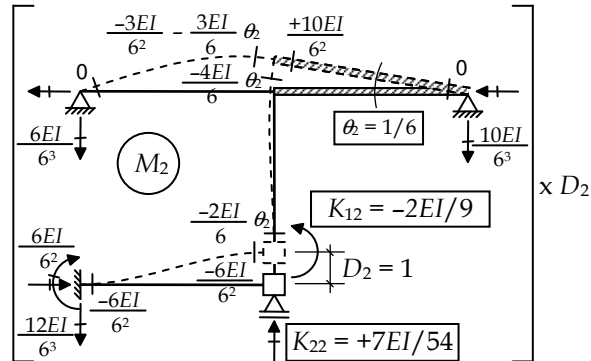
Caso (0) - Solicitação externa isolada no SH



Caso (1) - Deslocabilidade D_1 isolada no SH



Caso (2) - Deslocabilidade D_2 isolada no SH



Equações de equilíbrio

$$\begin{cases} \beta_{10} + K_{11}D_1 + K_{12}D_2 = 0 \\ \beta_{20} + K_{21}D_1 + K_{22}D_2 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} -24 \\ +60 \end{Bmatrix} + EI \cdot \begin{bmatrix} +4/3 & -2/9 \\ -2/9 & +7/54 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} D_1 \\ D_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} D_1 = -\frac{82.8}{EI} = -1.15 \cdot 10^{-2} \text{ rad} \\ D_2 = -\frac{604.8}{EI} = -8.40 \cdot 10^{-2} \text{ m} \end{cases}$$

Momentos fletores finais

$$M = M_0 + M_1 \cdot D_1 + M_2 \cdot D_2$$

