

Uma Ferramenta Computacional para a Geração de Sistemas de Fraturas em Meios Rochosos

Telles, I. A.

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, telles@tecgraf.puc-rio.br

Vargas, E. A.

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, vargas@civ.puc-rio.br

Lira, W. W. M.

Universidade Federal de Alagoas, Maceió, Alagoas, Brasil, william@ctec.ufal.br

Martha, L. F.

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, RJ, Brasil, lfm@civ.puc-rio.br

Resumo: Este trabalho apresenta o desenvolvimento de uma ferramenta computacional gráfica tridimensional para a geração de sistemas de fraturas em meios rochosos. Esses sistemas podem ser aplicados na modelagem de simulações de fluxo e transporte em meios fraturados. A geração das fraturas pode ser feita de forma determinística (usando parâmetros explícitos) ou estocástica (parâmetros gerados segundo uma distribuição probabilística). Os principais parâmetros considerados na geração das fraturas são a orientação, abertura, espaçamento, posição geométrica e dimensões. Essas fraturas podem, ainda, apresentar formas poligonais ou circulares. A ferramenta computacional permite ainda a geração de regiões que definem o domínio do modelo, possibilitando a atribuição de condições de contorno e iniciais. Essas condições de contorno também podem ser aplicadas diretamente aos poços imersos nos sistemas de fraturas. Exemplos gráficos da utilização desta ferramenta computacional são apresentados no trabalho.

Abstract: This work presents the development of a three-dimensional graphical computational tool for the generation of fracture systems in rocky media. These systems can be applied in the modeling of flow and transport simulation in fractured media. The generation of fractures can be made of deterministic (using explicit parameters) or random form (parameters generated according to a probabilistic distribution). The main parameters considered in the generation of the fractures are the orientation, aperture, spacing, geometric position and dimensions. These fractures can, still, present polygonal or circular forms. The computational tool also allows the generation of regions that define the domain of the model, allowing the attribution of boundary and initial conditions. Boundary conditions also can be applied directly to wells inside the fracture systems. Graphical examples of the use of this computational tool are presented in the work

1 INTRODUÇÃO

Os problemas de engenharia e geologia relacionados ao fluxo de fluidos e estabilidade de taludes, muitas vezes envolvem o meio rochoso, que em sua maioria apresenta-se fraturado. Tais problemas podem ser verificados, por exemplo, em reservatórios de petróleo, encostas rochosas e minas. Para o estudo e a simulação numérica de problemas desta natureza usando o Método dos Elementos Finitos (MEF), é necessária a utilização de ferramentas computacionais responsáveis pela modelagem geométrica (incluindo a geração de malhas) e análise numérica, bem como a utilização de programas especiais, usados na geração de sistemas de fraturas.

Desta forma, o presente trabalho tem com principal objetivo desenvolver uma ferramenta computacional gráfica tridimensional para a geração de sistemas de fraturas planares. Essa ferramenta está integrada a dois outros programas. O primeiro é utilizado na modelagem geométrica e na geração da malha de elementos finitos,

associada ao sistema de fraturas obtido (Lira, 2002). O segundo é responsável pela análise numérica do problema de fluxo e transporte de contaminantes em meios rochosos fraturados.

A seção 2 apresenta de forma sucinta alguns tipos de fraturas, alguns aspectos relevantes a sua formação e suas principais características. Na seção 3, são apresentados os tipos de fraturas existentes em um sistema de fraturas e os dados necessários para a geração das mesmas. A seção 4 apresenta alguns programas de geração de sistemas de fraturas encontrados na literatura e descreve o programa desenvolvido neste trabalho. Por fim, na seção 5, são apresentados exemplos para ilustrar o sistema computacional desenvolvido.

2 FRATURAS

O maciço rochoso pode apresentar algumas feições geológicas como planos de acamamento, falhas, fraturas, juntas, etc. Essas feições, embora formadas por inúmeros

processos geológicos diferentes, possuem características comuns de baixa resistência cisalhante, resistência à tração praticamente nula e alta condutividade hidráulica comparada com a massa rochosa.

Neste trabalho o termo fratura será utilizado para designar tais feições geológicas independente de sua formação.

2.1 Características das fraturas

As estruturas presentes em um maciço que mais interessam à investigação aplicada são as fraturas, cujas características mais importantes são: orientação espacial, tamanho, frequência, geometria da superfície, forma e abertura.

Em sua maioria, essas características são de natureza geométrica, expressando-se com significativa variabilidade espacial, mesmo em um único tipo de maciço rochoso. Diversas modalidades de distribuição estatística podem ser empregadas para descrever as variações dessas características. Entretanto, em virtude da natureza empírica dos modelos estatísticos, a extrapolação dos dados nem sempre conduz a resultados satisfatórios.

2.1.1 Orientação

As fraturas de um maciço rochoso distribuem-se espacialmente segundo orientações preferenciais, agrupando-se em sistemas ou famílias. A orientação preferencial decorre das estreitas relações da natureza mecânica com o campo de tensões geológicas atuante na época de formação dessas estruturas (Oliveira & Brito, 1998).

A posição ocupada no espaço por uma estrutura geológica planar pode ser definida pela sua direção e mergulho (α), ou pela sua direção de mergulho (α) e mergulho (β) (mais usado na geologia estrutural), como pode ser visto na Figura 1.

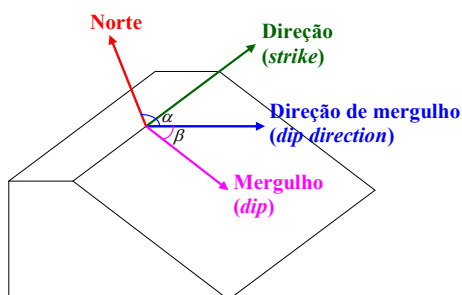


Figura 1- Definição de termos de orientação espacial de estruturas geológicas planares.

A direção (*strike*) é definida pelo ângulo que a interseção do plano da fratura, com o plano horizontal, faz com a direção Norte. Este ângulo varia de 0° a 360° e é medido a partir do Norte magnético no sentido horário. O mergulho (*dip*) é o ângulo de inclinação do plano da fratura com o plano horizontal. Este ângulo varia de 0° a 90° , considerando somente o hemisfério inferior. A direção do mergulho (*dip direction*) é o ângulo formado pela projeção horizontal da linha de mergulho, medida em relação ao Norte. Este ângulo varia de 0° a 360° e é

medido a partir do Norte magnético no sentido horário. Neste trabalho somente a direção de mergulho e o mergulho serão considerados para definir a orientação das fraturas.

Aqui, os dados de orientação podem ser gerados segundo a distribuição de Fisher (1953) ou com valores constantes.

2.1.2 Frequência

A frequência é a medida da quantidade de fraturas presentes em um maciço rochoso, e representa o grau de fraturamento desse maciço. Considerando uma amostra de um maciço rochoso, a frequência pode ser expressa de três formas: número de fraturas por volume unitário, número de fraturas por área unitária e número de fraturas por comprimento unitário.

A frequência volumétrica é baseada na suposição de que a fratura é representada por uma superfície, sendo definida por um ponto localizado no centróide dessa superfície. A frequência volumétrica representa o número desses pontos (centróides) por unidade de volume de rocha amostrada. Essa frequência pode ser aplicada para todas as fraturas em uma dada massa ou para alguma família específica de fratura como, por exemplo, aquela que apresenta uma mesma orientação.

Embora a frequência volumétrica seja uma boa medida de quantidade de fraturas, esta apresenta algumas desvantagens. Por exemplo, para a locação do centróide de cada fratura é necessário que a amostra volumétrica seja suficientemente grande para conter os limites da fratura. Neste caso, a estimativa dessa frequência é demorada e geralmente impraticável (Priest, 1993).

Um outro tipo de medida de frequência é a frequência por área unitária. Essa frequência pode ser estimada no caso onde se tenham faces de exposição da rocha em estudo, e no caso onde essas faces são planas ou quase planas. As fraturas interceptam a face de exposição formando linhas (traços). A ocorrência de cada fratura pode ser representada pelo ponto central dos traços na face de exposição. A frequência por unidade de área representa o número desses pontos (centro do traço) por unidade de área amostrada. Essa frequência pode ser aplicada para todas as fraturas em uma dada face de exposição ou para alguma família específica de fratura.

Se as fraturas apresentarem traços longos em relação à área de exposição ou a face de amostragem, então poderá ocorrer de algumas dessas fraturas se estenderem além dos limites da área de exposição. Neste caso, tornar-se-á impossível a locação dos pontos médios dos traços. Este fato é apresentado como uma desvantagem do uso de frequência por área unitária.

Por fim, a frequência linear, é a mais simples e mais comumente usada. Essa frequência representa o número de fraturas que interceptam um comprimento unitário de linha de amostragem. A frequência linear é bastante aplicada em furos de sondagem em poços de amostragem. Assim como as outras frequências, a frequência linear pode ser aplicada para todas as fraturas ou para alguma família específica.

A frequência linear (λ) de uma família de planos de fraturas paralelos é medida através de uma linha de

varredura normal aos planos das fraturas, como apresentado na Figura 2.

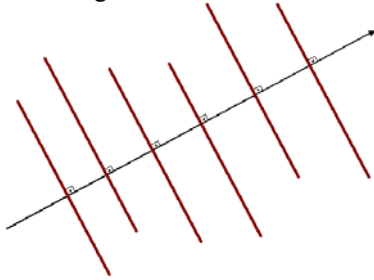


Figura 2- Família de planos de fraturas paralelos interceptados por uma linha de varredura.

Neste trabalho é adotada somente a frequência linear, por ser a mais simples e a mais comumente utilizada na prática. A partir de dados de frequência, são calculados os espaçamentos entre as fraturas.

2.1.3 Espaçamento

O espaçamento é a distância entre duas fraturas medida ao longo de uma linha com localização e orientação específicas. Podem-se considerar três diferentes tipos de espaçamentos: espaçamento total, espaçamento de uma família de fraturas e espaçamento ao longo da normal da família de fraturas.

O espaçamento total corresponde ao espaçamento entre duas fraturas imediatamente adjacentes, medida ao longo de uma linha com orientação e localização específicas. O espaçamento de uma família de fraturas corresponde ao espaçamento entre duas fraturas adjacentes de uma família de fraturas, medida ao longo de uma linha com orientação e localização específicas. O espaçamento ao longo da normal da família de fraturas corresponde ao espaçamento entre duas fraturas adjacentes de uma família de fraturas, medida ao longo de uma linha paralela à média da normal daquela família. A Figura 3 apresenta os três tipos de espaçamentos.

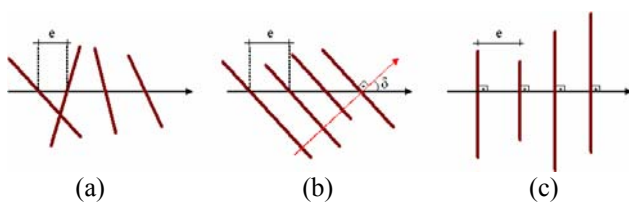


Figura 3- Tipos de espaçamentos: (a) espaçamento total; (b) espaçamento de uma família de fraturas; e (c) espaçamento ao longo da normal da família de fraturas.

Neste trabalho é utilizado o espaçamento ao longo da normal da família de fraturas para geração estocástica das famílias de fraturas. O valor do espaçamento é calculado a partir da frequência linear dada pela equação 1. Esse valor é constante para uma dada família de fraturas, como apresentado, de forma bidimensional, na Figura 4.

$$X = \frac{1}{\lambda} \quad (1)$$

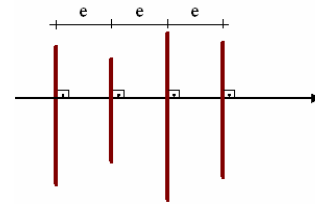


Figura 4- Espaçamentos representados de forma bidimensional.

2.1.4 Forma

A forma das fraturas é uma característica praticamente desconhecida. Imaginando um bloco de rocha onde todas as fraturas terminam em um outro plano de fratura qualquer, as fraturas apresentarão formas poligonais complexas, cuja geometria será governada pela locação dos contornos das fraturas. Alguns trabalhos têm adotado a simplificação de que a forma da fratura é circular (Warburton, 1980; Long *et al.*, 1982; Billaux *et al.*, 1989; Cacas *et al.*, 1990 e Baecher *et al.*, 1997). Esta consideração é feita como ponto de partida para o cálculo do tamanho das fraturas (Priest, 1993).

No presente trabalho as fraturas são representadas por superfícies planares, cujas formas podem ser circulares ou poligonais regulares com número de lados variando de 4 a 16. A Figura 5 mostra algumas formas de fraturas utilizadas neste trabalho.

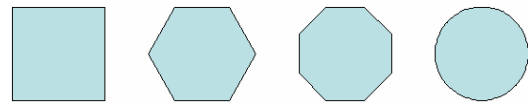


Figura 5- Algumas formas de fraturas.

Como simplificação adotada neste trabalho, as superfícies circulares são representadas, geometricamente, por polígonos de 20 lados. Assim todas as fraturas são tratadas como superfícies planares de forma poligonal.

2.1.5 Tamanho

O tamanho é uma das características das fraturas mais difíceis de ser medida com exatidão. Ele pode ser representado pelas distribuições probabilísticas uniforme, exponencial, normal e log-normal (Baecher *et al.*, 1977; Segall & Pollard, 1983; Bour & Davy, 1997; e Priest, 1993).

Neste trabalho, o tamanho das fraturas pode ser gerado de forma estocástica segundo as distribuições citadas acima, ou com valores constantes.

Como foi visto na seção anterior, as fraturas podem ser representadas por círculos (polígonos de 20 lados) ou polígonos regulares com número de lados variáveis (entre 4 e 16 lados). Esses polígonos são definidos como inscritos em um círculo e podem ser gerados a partir de dados referentes ao número de lados e tamanho. O tamanho, aqui referido, corresponde ao raio do círculo. A Figura 6 apresenta a geometria de um polígono inscrito em um círculo.

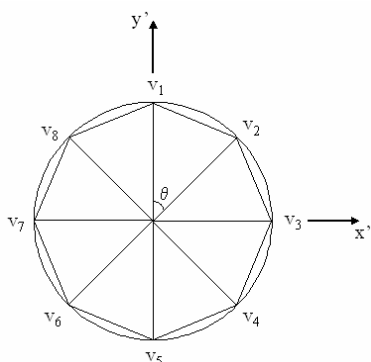


Figura 6- Definição da geometria do polígono inscrito ao círculo.

2.1.6 Abertura

A abertura (e) caracteriza-se como o espaço que separa as paredes de uma fratura, como pode ser visto na Figura 7. Ela é geralmente obtida a partir do resultado de deslocamentos cisalhantes ao longo de uma superfície de fratura.

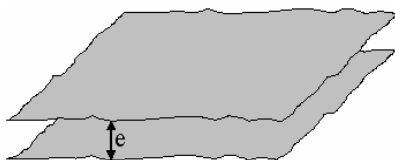


Figura 7- Abertura de uma fratura.

A abertura real de uma fratura, todavia, não coincide necessariamente com sua abertura original, que pode ter sido modificada em estágios posteriores à sua formação. Essas modificações podem ocasionar a diminuição ou o aumento da abertura. A diminuição da abertura pode ocorrer, por exemplo, por processo de deposição física ou química de materiais em suspensão ou diluídos no fluido percolante. Já o aumento da abertura pode ocorrer por processos de erosão física e química induzida pelo fluxo de fluido percolante e soergimento do maciço, provocando um alívio de tensões.

Quando se trata de fluxo de fluido em fraturas, se está interessado, no entanto, na abertura hidráulica, ou seja, no espaço por onde o fluido percola na fratura. Essa abertura hidráulica nem sempre corresponde à abertura real da fratura, apresentando, algumas vezes valor menor.

No presente trabalho, a abertura das fraturas é gerada de forma estocástica segundo distribuições probabilísticas uniforme, exponencial, normal e log-normal ou utilizando valores constantes.

3 SISTEMAS DE FRATURAS

Os maciços rochosos são entrecortados por diversas famílias de fraturas, cada qual com sua característica (orientação, espaçamento, abertura, etc) que lhes são particulares. Em geral, as fraturas nos maciços são de dimensões finitas quando comparadas à escala do problema, porém o fluxo em uma fratura não é independente das demais. Ou seja, para percolar através das fraturas em uma certa direção, o fluido terá que percolar através de fraturas em outras direções que se

interconectam às primeiras (Celestino, 1986). Portanto, não é possível tratar de forma individual cada uma das fraturas presentes no maciço. Este deve ser considerado como um sistema integrado de fraturas.

3.1 Tipos de fraturas

No sistema de fraturas podem existir dois tipos de fraturas: as determinísticas e as estatísticas. As fraturas determinísticas são aquelas que apresentam características conhecidas. Tais características podem ser obtidas, por exemplo, através de observações de campo em afloramentos e através de dados sísmicos. Um exemplo de fraturas determinísticas são as falhas.

As fraturas estatísticas são aquelas que, ao contrário das fraturas determinísticas, apresentam características não muito conhecidas. As características destas fraturas são apresentadas através de dados estatísticos. Neste tipo de fraturas enquadram-se as juntas.

No que diz respeito à geração de fraturas, as fraturas determinísticas são geradas de forma muito simples, pois todos os dados necessários são conhecidos. Já as fraturas estatísticas, são obtidas de forma estocástica. Suas características seguem certas distribuições probabilísticas, a partir das quais são estimadas.

3.2 Geração do sistema de fraturas

A geração de sistemas de fraturas consiste da geração espacial, de forma estocástica, de figuras geométricas (polígonos ou círculos) que representam e descrevem as características de famílias de fraturas reais presentes em um maciço rochoso.

As características das discontinuidades podem ser representadas por distribuições probabilísticas. Essas distribuições fornecem a base para a geração estocásticas de sistemas de fraturas. Os primeiros pesquisadores que desenvolveram este conceito foram Hudson & La Pointe (1980), para modelagem de fluxo de fluido, e Priest & Samaniego (1988), para análise de estabilidade de blocos.

Dentro da geração de sistemas de fraturas se enquadram as fraturas determinísticas e as fraturas estatísticas. Para geração de uma fratura determinística os seguintes dados são necessários: orientação (direção de mergulho e mergulho); forma; tamanho; posição geométrica do centro da fratura; e abertura.

Para geração de fraturas estatísticas, ou seja, geração estocástica de uma família de fraturas, os seguintes dados são necessários: orientação média (direção de mergulho e mergulho) e distribuição de orientação (por exemplo, distribuição de Fisher); frequência das fraturas, a partir da qual é calculado o espaçamento; forma das fraturas; distribuição probabilística para estimar o tamanho das fraturas; e distribuição probabilística para estimar a abertura das fraturas.

4 PROGRAMAS COMPUTACIONAIS DE GERAÇÃO DE SISTEMAS DE FRATURAS

Na literatura é possível encontrar alguns programas computacionais para a geração de sistemas de fraturas, como por exemplo, o FracMan (2005), NAPSAC (Hartley *et al.*, 2002) e FRACNTWK (Kulatilake, 1998).

Esses programas geralmente estão associados a programas de análise numérica de fluxo e transporte, e estabilidade de blocos.

Neste trabalho foi desenvolvido um gerador de fraturas denominado FracGen3D. Detalhes desse programa são apresentados na seção seguinte.

4.1 Programa FracGen3D

O FracGen3D (*Three-dimensional Fracture Generator*) é um programa gráfico para a geração de fraturas tridimensionais desenvolvido neste trabalho. Ele é capaz de gerar fraturas determinísticas (*single fracture* - SF) e família de fraturas estatísticas (*multi-fracture* - MF), e a elas atribuir suas respectivas características. É capaz ainda, de importar dados de campo relacionados à família de fraturas, bem como definir o domínio do modelo e nele aplicar as condições de contorno e iniciais que serão usadas na análise numérica de fluxo e transporte.

A Figura 8 apresenta a interface gráfica do programa. Nela é apresentada uma região (paralelepípedo), com algumas famílias de fraturas e dois poços.

O FracGen3D apresenta em seu escopo cinco tipos de elementos representativos do modelo: sistema, região, família, fratura e poço. A Figura 9 apresenta, de forma sistemática, a hierarquia desses elementos.



Figura 9- Hierarquia dos elementos representativos do modelo.

O elemento Sistema representa o conjunto de todos os outros elementos. Nele podem estar incluídos regiões, fraturas SF, famílias de fraturas e poços. O sistema, ainda representa o domínio do modelo e este pode ser dividido em regiões, como apresentado na Figura 10.

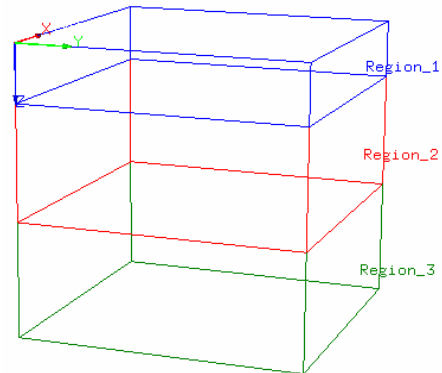


Figura 10 - Regiões do domínio.

As Regiões representam os diversos horizontes geológicos, caracterizados por propriedades distintas. Nessas regiões, as famílias de fraturas e fraturas SF são inseridas. As regiões são representadas geometricamente por paralelepípedos.

As Famílias de fraturas das regiões representam um grupo de fraturas com características semelhantes. Essas fraturas são as Fraturas MF, que foram geradas de forma estocástica, segundo distribuições probabilísticas. Tais famílias, no entanto, devem obrigatoriamente, estar inserida em uma região.

As Famílias de fraturas do sistema são criadas a partir da importação de dados de campo. Nelas estão incluídas as fraturas SF.

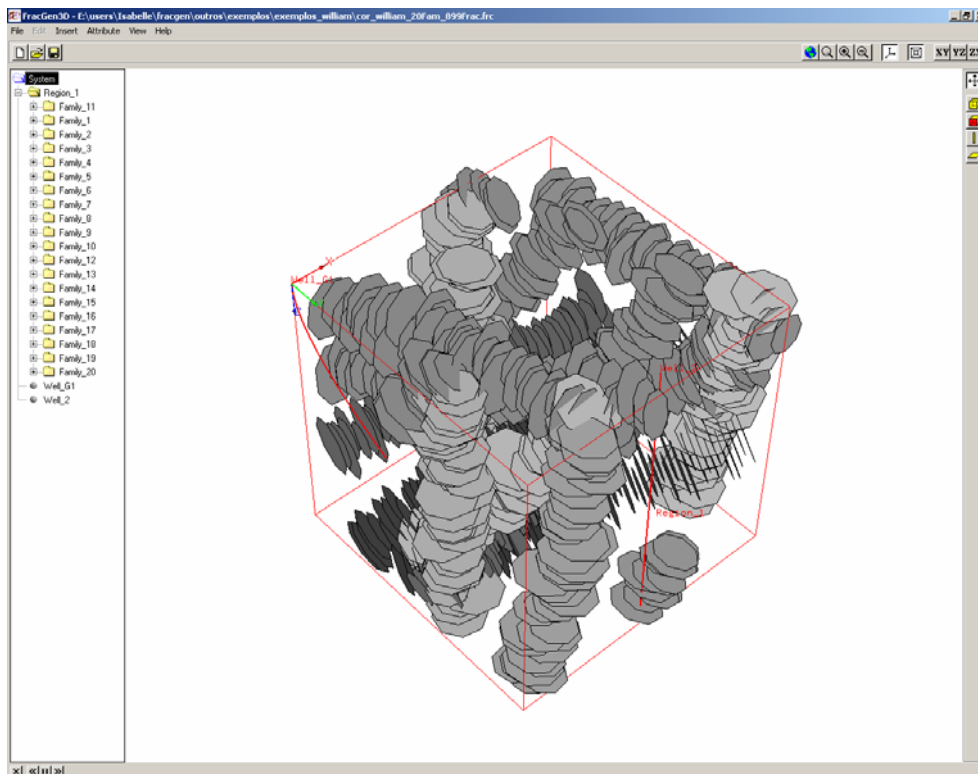


Figura 8- Interface gráfica do programa FracGen3D.

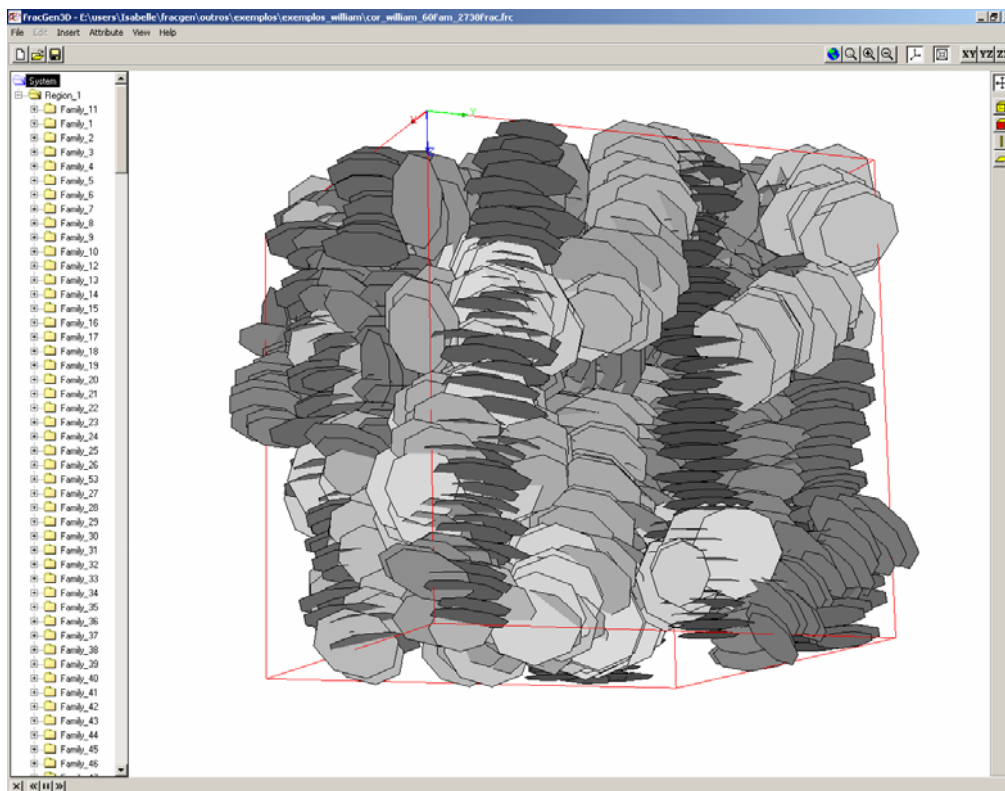


Figura 11- Distribuição espacial com 2738 fraturas geradas aleatoriamente.

As Fraturas SF, que representam as fraturas determinísticas, podem ser geradas dentro do sistema ou dentro das regiões.

Por fim, os Poços podem apresentar forma retilínea ou curva, podendo ser criados pelo programa ou importados juntamente com os dados de campo de fraturas.

5 EXEMPLOS

Para ilustrar o sistema computacional desenvolvido exemplos são apresentados nesta seção.

No primeiro exemplo, são geradas 60 famílias de fraturas, em uma região de 500.0 x 500.0 x 500.0 m. As fraturas de cada família foram obtidas aleatoriamente, com as seguintes características: densidade de 0.1 1/m (número de fraturas por comprimento linear); número de lados igual a 8; tamanho da fratura variando de 30.0 m a 50. m, seguindo uma distribuição uniforme; orientação com valores de direção de mergulho e mergulho variados; e abertura variando de 0.1 m a 0.5 m, seguindo uma distribuição uniforme. No total foram geradas 2738 fraturas, como pode ser vistas na Figura 11.

Como aplicação do programa de geração de fraturas, foi desenvolvido um segundo exemplo. Este consiste de uma simulação de fluxo em meio fraturado, cujas fraturas foram geradas pelo programa FracGen3D. Para essa simulação, foram geradas 6 famílias de fraturas (um total de 23 fraturas). A condição inicial (carga de pressão) aplicada é de 0.0 m em todo domínio e as condições de contorno (carga de pressão) de 100.00 m (à esquerda da Figura 12) e 110.0 m (à direita da Figura 12). Os resultados (carga total) são apresentados na Figura 12.

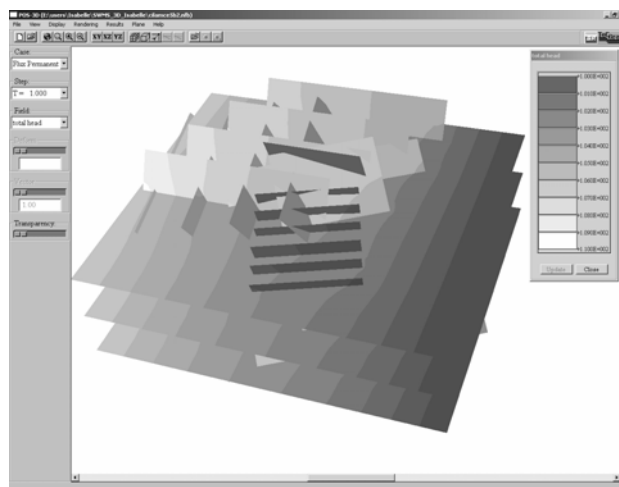


Figura 12- Resultados da simulação de fluxo em meio fraturado.

6 CONCLUSÕES

Este trabalho tem como objetivo principal desenvolver uma ferramenta computacional gráfica tridimensional para geração de sistemas de fraturas. Estes sistemas de fraturas poderão ser utilizados em simulações de fluxo de fluidos e transporte de contaminantes.

O programa ainda está em desenvolvimento, encontrando-se no momento em fase de implementação e testes finais.

7 AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Programa de Recursos Humanos da ANP (Agência Nacional de Petróleo) pela bolsa de doutorado concedida à autora Isabelle Telles e ao convênio Tecgraf-PUC-Rio e Cenpes/PETROBRAS, detentores do projeto no qual este trabalho está inserido.

8 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Baecher, G. B., Lanney, N. A. e Einstein, H. H. (1977). Statistical description of rock properties and sampling, Proceeding of 18th US Symposium on Rock Mechanics, 5C1-1 to 5C1-8.
- Billiaux, D., Chiles, J. P., Hestir, K. e Long, J. (1989). Three-dimensional statistical modeling of a fractured rock mass - An example from the Fanay-Augères mine, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, 26(3/4), 281-299.
- Bour, O. e Davy, P. (1997). Connectivity of random fault networks following a power law fault length distribution, *Water Resour. Res.*, 33(7), 1567-1583.
- Cacas, M. C., Ledoux, E., Marsily, G., Tillie, B., Barbreau, A., Durand, E., Feuga, B. e Peaudecerf, P. (1990). Modeling fracture flow with a stochastic discrete fracture network: Calibration and validation, 1, The flow model, *Water Resour. Res.*, 26(3), 479-489.
- Celestino, T. B (1986). Determinação de propriedades e parâmetros de maciços rochosos, In: Simpósio Sul-Americano de Mecânica de Rochas, 2, Porto Alegre, Anais... [S.I. : s.n.] v.1, p.3-43.
- Fisher, R. (1953). Dispersion on a sphere, *Proceedings of the Royal Society of London*, A217, 295-305.
- FracMan (2005). www.fracman.golder.com.
- Hartley, L. J., Holton, D. e Holch, A. R. (2002). NAPSAC Technical Summary Document.
- Hudson, J. A. e La Pointe (1980). Printed circuits for studying rock mass permeability, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, Technical Note, 17, No. 5, 297-301.
- Kulatilake, P. H. S. W. (1998). Software manual for FRACNTWK – a computer package to model discontinuity geometry in rock masses, Technical report submitted to Metropolitan Water District of Southern California.
- Lira, W. W. M (2002). Modelagem Geométrica para Elementos Finitos usando Multi-Regiões e Superfícies Paramétricas, Tese de Doutorado, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Civil, 2002.
- Long, J. C. S., Remer, J. S., Wilson, C. R. e Witherspoon, P. A. (1982). Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures, *Water Resour. Res.*, 18(3), 645-658.
- Oliveira, A. M. S. e Brito, S. N. A (1998). Geologia de Engenharia, ABGE-FAPESP, São Paulo.
- Priest, S. D. (1993). *Discontinuity Analysis for Rock Engineering*, Chapman & Hall, London.
- Priest, S. D. e Samaniego, J. A. (1988). The statistical analysis of rigid block stability in jointed rock masses, *Proceedings of 5th Austrália-New Zealand*

- Conference on Geomechanics*, The Institution of Engineers Australia, Sydney, 398-403.
- Segall, P. e Pollard, D. D. (1983). Joint formation in granitic rock of the Sierra Nevada, *Geol. Soc. Amer. Bull.*, 94, 563-575.
- Warburton, P. M. (1980). A stereological interpretation of joint trace data, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences and Geomechanics Abstracts*, 17, 181-90.